

数学科 学習指導案

日 時 平成22年5月21日（金）第1校時
対 象 3年4組（男子19名 女子20名 計39名）
指導者 教諭 寺 地 瞳

1 主題 平方根

2 主題について

小学校では、身の回りの物を数えることに始まり、負でない整数、小数、分数について、それらの概念を理解するとともに、四則計算の意味を理解することができるようになっている。そして、数の概念を次第に広げながら、計算についての理解を深め、身の回りの事象にそれらを適用して問題解決をする学習が行われてきている。中学校では、第1学年で数の範囲を正の数と負の数にまで拡張し、正の数と負の数の必要性と意味を理解するとともに、正の数と負の数の四則計算の意味を理解し、その計算ができるようになり、具体的な場面で正の数と負の数を用いて表したり、処理したりできるようになる。第2学年では、文字を用いた式や方程式、関数、確率などについての学習を通して、数についての理解を深めてきている。第3学年では、数の範囲を無理数にまで拡張していく。そして、2次方程式や三平方の定理の学習を通して、数についての理解は一層深められていくこととなる。

本主題では、図形の面積や長さについて考察するなかで、有理数では表すことのできない数が存在することに気付き、図形を利用して平方根の大きさをつかんだり、電卓等を利用して平方根の近似値を調べたりする活動を通して正の数の平方根の必要性と意味を理解することになる。そして、正の数の平方根を含む簡単な式の計算ができるようになるとともに、具体的な場面で平方根を用いて表したり処理したりすることができるようになる。本主題で、数の範囲を無理数にまで拡張することによって、今後取り扱う2次方程式を解く場合や三平方の定理を利用して長さを求める場合等で、これまで十分に表すことができなかった数を簡潔・明瞭に表現することができるようになる。

生徒は、数学に対する興味や関心が高く、学習課題に対して真剣に取り組む姿勢が見られる。しかし、複雑な問題に出会ったときに既習の学習内容のうちどれを使えばよいのかが分からぬ生徒や、深く理解していないために既習の学習内容を誤って使ってしまう生徒の姿も見られる。

そこで指導に当たっては、論拠に基づく対話型学習を取り入れる。そして、自分の着想についての論証を組み立てる際には、論拠に視点をもたせ、「どうしてそのように考えようとしたのか」という自分の着想の意図や「もし、逆の立場だったらどうなるのだろう」という相対する着想の例までを論拠としてあげさせる。そうすることによって、既習の学習内容と学習課題との関係性を考えることができ、既習の学習内容のうちどれを使えばよいのかが明確になり、自分の論証を組み立てられると考える。また、論拠に基づく対話型学習において論証された考え方について、「どのようにすればできるようになるのか」という発問を行う。そうすることによって、学習した内容と習得した知とを関連付けながら新しい知を構成し、数の概念への理解を深められるようになると考える。このような取組を通して、確実に知を習得し、活用できる生徒を育成したい。

3 主題の目標

- (1) 新しい数の存在に興味をもち、平方根の大小や近似値を調べることを通して平方根の四則計算の仕組みを積極的に調べようとする態度を培う。
- (2) 新しい数としての平方根の意味をとらえ、これまでに学習した数の性質や法則が成り立つかを調べ、平方根の四則計算の仕組みを説明することができる。
- (3) 新しい数を記号 $\sqrt{}$ を利用して表現し、平方根の大小の判断や平方根を含む式の四則計算をすることができる。
- (4) 平方根の意味や必要性、四則計算の方法や手順を理解している。

4 本単元の指導計画（全16時間）

節	項	時数	主な内容
1 平方根 (6)	§ 1 平方根	1	<ul style="list-style-type: none"> ・ 数の平方根の必要性と意味 ・ a の平方根は $\pm\sqrt{a}$ (本時)
	§ 2 平方根の大小	2	<ul style="list-style-type: none"> ・ $0 < a < b$ ならば $\sqrt{a} < \sqrt{b}$ ・ $\sqrt{2}$ の近似値の求め方
	§ 3 有理数と無理数	1	<ul style="list-style-type: none"> ・ 有理数と無理数の意味
	形成的評価	1	<ul style="list-style-type: none"> ・ 理解や定着の確認、指導の軌道修正
	今までの復習	1	<ul style="list-style-type: none"> ・ 知識・技能の習得中心の学習
2 平方根 の計算 (7)	§ 1 平方根の乗除	3	<ul style="list-style-type: none"> ・ 平方根の四則計算の方法と予想 ・ $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$, $\sqrt{a} \div \sqrt{b} = \sqrt{\frac{a}{b}}$
			<ul style="list-style-type: none"> ・ 根号をふくむ数の変形 ・ $a\sqrt{b} = \sqrt{a^2b}$
			<ul style="list-style-type: none"> ・ 分母の有理化の必要性とその方法
	§ 2 平方根の加減	2	<ul style="list-style-type: none"> ・ $m\sqrt{a} \pm n\sqrt{a} = (m \pm n)\sqrt{a}$ の説明 ・ 平方根の四則計算の練習
	形成的評価	1	<ul style="list-style-type: none"> ・ 理解や定着の確認
今までの復習		1	<ul style="list-style-type: none"> ・ 知識・技能の習得中心の学習
総合練習		1	<ul style="list-style-type: none"> ・ 単元全体についての総合練習
単元テスト		2	<ul style="list-style-type: none"> ・ 単元全体についての診断テスト ・ 単元テストの訂正

5 本单元の評価規準

単元で身に付けるべき力	学習内容	小単元毎に身に付けるべき力																																																		
単元の目標 <p>分数で表せない数が存在することを知るとともに、平方根の意味と根号を用いた数の表し方について理解する。また、平方根の大小関係が判断でき、平方根の近似値について理解する。さらに、平方根の性質を見いだし、その性質を利用して、簡単な計算ができるとともに、根号を含んだ式のいろいろな問題を解決できるようにする。</p> <p>【数学への関心・意欲・態度】</p> <ul style="list-style-type: none"> ① 平方根について関心をもち、進んで調べようとして、数の概念を一層深めようとする。 ② 有理数や無理数を小数で表したときの特徴について調べ、数についての理解を深めようとする。 ③ 根号を含む計算に興味・関心をもち、その方法を進んで見いだそうとする。 ④ 根号を含む数の加法、減法に興味・関心をもち、今までに学習したことを用いて計算方法を見いだそうとする。 <p>【数学的な見方や考え方】</p> <ul style="list-style-type: none"> ① 正方形をかくことによって、有理数で表せない数の存在を見いだし、平方根の意味を考えることができる。 <p>② $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$ となることを説明できる。</p> <p>③ $\sqrt{a} \div \sqrt{b} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ となることを説明できる。</p> <p>④ $\sqrt{a^2 b} = a\sqrt{b}$ となることを説明できる。</p> <p>⑤ 分配法則を用いて、平方根の加法、減法の計算の仕方を説明できる。</p> <p>【数学的な表現・処理】</p> <ul style="list-style-type: none"> ① 2つの数の大小関係を判断して、不等号を用いて表すことができる。 ② 根号の中の数を外に出したり、その逆の変形をしたりできる。 ③ 根号を含んだ式の加法・減法・除法・乗法、四則が混じった計算ができる。 ④ 分母を有理化することができます。 	<p>1. 平方根 (6)</p> <p>(1) 平方根(1)</p> <p>(2) 平方根の大小(2)</p> <ul style="list-style-type: none"> ① 平方根の大小 ② 近似値の求め方 <p>(3) 有理数と無理数(1)</p> <p>◎ 形成的評価(1)</p> <p>◎ 今までの復習(1)</p> <p>2. 平方根の計算 (7)</p> <p>(1) 平方根の乗除(3)</p> <ul style="list-style-type: none"> ① 平方根の乗法、除法 ② 根号をふくむ数の変形 ③ 分母の有理化 <p>(2) 平方根の加減(2)</p> <ul style="list-style-type: none"> ① 平方根の加法、減法 ② 平方根の四則計算 <p>◎ 形成的評価(1)</p> <p>◎ 今までの復習(1)</p> <p>総合練習 (1)</p> <p>単元テスト (2)</p> <p>(1) 単元テスト(1)</p> <p>(2) 単元テストの訂正(1)</p> <p>【数学的な知識・理解】</p> <ul style="list-style-type: none"> ① 平方根の意味を理解している。 ② 平方根の大小関係を判断する方法を理解している。 ③ 平方根の近似値の求め方を理解している。 ④ 有理数、無理数の意味を理解している。 ⑤ 平方根の四則計算の方法や手順を理解している。 	<p><平方根> 1 - (1)</p> <table border="1"> <tr> <td>閲</td><td>平方根について関心をもち、進んで調べようとして、数の概念を一層深めようとする。</td></tr> <tr> <td>考</td><td>正方形をかくことによって、有理数で表せない数の存在を見いだし、平方根の意味を考えることができる。</td></tr> <tr> <td>表</td><td>根号を使い、平方根を表すことができる。</td></tr> <tr> <td>知</td><td>平方根の意味を理解している。</td></tr> </table> <p><平方根の大小> 1 - (2)</p> <table border="1"> <tr> <td>閲</td><td>平方根の大小関係について関心をもち、進んで調べようとする。</td></tr> <tr> <td>考</td><td>平方根の大小関係を、正方形の面積と一边の長さの関係を根拠として説明することができる。</td></tr> <tr> <td>表</td><td>2つの数の大小関係を判断して、不等号を用いて表すことができる。</td></tr> <tr> <td>知</td><td>平方根の大小関係を判断する方法を理解している。</td></tr> <tr> <td>知</td><td>平方根の近似値の求め方を理解している。</td></tr> </table> <p><有理数と無理数> 1 - (3)</p> <table border="1"> <tr> <td>閲</td><td>有理数や無理数を小数で表したときの特徴を調べ、数についての理解を深めようとする。</td></tr> <tr> <td>知</td><td>有理数、無理数の意味を理解している。</td></tr> </table> <p><平方根の乗除> 2 - (1)</p> <table border="1"> <tr> <td>閲</td><td>根号を含む計算に興味・関心をもち、その方法を進んで見いだそうとする。</td></tr> <tr> <td>考</td><td>$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$, $\sqrt{a} \div \sqrt{b} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ となることを説明できる。</td></tr> <tr> <td>考</td><td>$\sqrt{a^2 b} = a\sqrt{b}$ となることを説明できる。</td></tr> <tr> <td>表</td><td>平方根の乗法、除法の計算ができる。</td></tr> <tr> <td>表</td><td>根号の中の数を外に出したり、その逆の変形をしたりすることができる。</td></tr> <tr> <td>表</td><td>分母を有理化することができる。</td></tr> <tr> <td>知</td><td>平方根の乗法、除法の計算の仕組みを理解している。</td></tr> </table> <p><平方根の加減> 2 - (2)</p> <table border="1"> <tr> <td>閲</td><td>根号を含む数の加法、減法の計算方法に興味・関心をもち、今までに学習したことを使って計算方法を見いだそうとする。</td></tr> <tr> <td>考</td><td>分配法則を用いて、平方根の加法、減法の計算の仕方を説明できる。</td></tr> <tr> <td>表</td><td>根号の中の数を外に出したり、その逆の変形をしたりすることができる。</td></tr> <tr> <td>表</td><td>平方根の加法、減法の計算ができる。</td></tr> <tr> <td>表</td><td>根号を含んだ式の四則が混じった計算ができる。</td></tr> <tr> <td>知</td><td>平方根の加法、減法の計算の仕組みを理解している。</td></tr> <tr> <td>知</td><td>平方根の四則計算の方法や手順を理解している。</td></tr> </table>	閲	平方根について関心をもち、進んで調べようとして、数の概念を一層深めようとする。	考	正方形をかくことによって、有理数で表せない数の存在を見いだし、平方根の意味を考えることができる。	表	根号を使い、平方根を表すことができる。	知	平方根の意味を理解している。	閲	平方根の大小関係について関心をもち、進んで調べようとする。	考	平方根の大小関係を、正方形の面積と一边の長さの関係を根拠として説明することができる。	表	2つの数の大小関係を判断して、不等号を用いて表すことができる。	知	平方根の大小関係を判断する方法を理解している。	知	平方根の近似値の求め方を理解している。	閲	有理数や無理数を小数で表したときの特徴を調べ、数についての理解を深めようとする。	知	有理数、無理数の意味を理解している。	閲	根号を含む計算に興味・関心をもち、その方法を進んで見いだそうとする。	考	$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$, $\sqrt{a} \div \sqrt{b} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ となることを説明できる。	考	$\sqrt{a^2 b} = a\sqrt{b}$ となることを説明できる。	表	平方根の乗法、除法の計算ができる。	表	根号の中の数を外に出したり、その逆の変形をしたりすることができる。	表	分母を有理化することができる。	知	平方根の乗法、除法の計算の仕組みを理解している。	閲	根号を含む数の加法、減法の計算方法に興味・関心をもち、今までに学習したことを使って計算方法を見いだそうとする。	考	分配法則を用いて、平方根の加法、減法の計算の仕方を説明できる。	表	根号の中の数を外に出したり、その逆の変形をしたりすることができる。	表	平方根の加法、減法の計算ができる。	表	根号を含んだ式の四則が混じった計算ができる。	知	平方根の加法、減法の計算の仕組みを理解している。	知	平方根の四則計算の方法や手順を理解している。
閲	平方根について関心をもち、進んで調べようとして、数の概念を一層深めようとする。																																																			
考	正方形をかくことによって、有理数で表せない数の存在を見いだし、平方根の意味を考えることができる。																																																			
表	根号を使い、平方根を表すことができる。																																																			
知	平方根の意味を理解している。																																																			
閲	平方根の大小関係について関心をもち、進んで調べようとする。																																																			
考	平方根の大小関係を、正方形の面積と一边の長さの関係を根拠として説明することができる。																																																			
表	2つの数の大小関係を判断して、不等号を用いて表すことができる。																																																			
知	平方根の大小関係を判断する方法を理解している。																																																			
知	平方根の近似値の求め方を理解している。																																																			
閲	有理数や無理数を小数で表したときの特徴を調べ、数についての理解を深めようとする。																																																			
知	有理数、無理数の意味を理解している。																																																			
閲	根号を含む計算に興味・関心をもち、その方法を進んで見いだそうとする。																																																			
考	$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$, $\sqrt{a} \div \sqrt{b} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ となることを説明できる。																																																			
考	$\sqrt{a^2 b} = a\sqrt{b}$ となることを説明できる。																																																			
表	平方根の乗法、除法の計算ができる。																																																			
表	根号の中の数を外に出したり、その逆の変形をしたりすることができる。																																																			
表	分母を有理化することができる。																																																			
知	平方根の乗法、除法の計算の仕組みを理解している。																																																			
閲	根号を含む数の加法、減法の計算方法に興味・関心をもち、今までに学習したことを使って計算方法を見いだそうとする。																																																			
考	分配法則を用いて、平方根の加法、減法の計算の仕方を説明できる。																																																			
表	根号の中の数を外に出したり、その逆の変形をしたりすることができる。																																																			
表	平方根の加法、減法の計算ができる。																																																			
表	根号を含んだ式の四則が混じった計算ができる。																																																			
知	平方根の加法、減法の計算の仕組みを理解している。																																																			
知	平方根の四則計算の方法や手順を理解している。																																																			

6 本時の実際

(1) 主題 平方根

(2) 目標

ア 平方根について関心をもち、進んで調べようとし、数の概念を一層深めようとする。

イ 正方形をかくことによって有理数で表せない数の存在を見いだし、平方根の意味を考えることができる。

ウ 根号を使って、平方根を表すことができる。

エ 平方根の意味を理解している。

(3) 学習課題

学習課題

一辺の長さが 1 cm の正方形の面積を 10 倍にした正方形はつくれるのだろうか。

(4) 授業設計の工夫

ア 学習課題

- 既習の学習内容を活用して、自分の考えを論拠を明らかにしながら説明し伝え合う活動を取り入れられるように、既習の知を活用すると誤った反応やすれが生じ、相対する着想が出るような学習課題にした。
- 面積が 10 cm^2 である正方形を実際にかかせる活動を通して、有理数では表すことのできない数の存在を見いだすことができるようとした。

イ 対話型学習における論拠を明確にもたせる工夫

- 論拠の視点を提示し、「どうしてそのように考えたのか」「その発想はどこからきたのか」という自分の着想の意図や「もし、逆の立場だったらどうなるだろうか」という相対する着想についての例を考えさせるようにした。
- 学習した内容を整理し、生徒に知として習得させることができるように、図解表現を用いてまとめられるようにした。

ウ 対話型学習における学び直しを促す発問の工夫

- 「どのようにすれば、面積が 10 cm^2 である正方形の一辺の長さを表すことができるのか」という発問を行い、既習事項の学び直しをさせるとともに、新しい知を構成できるようにした。

(5) 評価事例と評価後の手立て、支援

ア 評価規準と評価事例

評価規準		評価事例
関	平方根について関心をもち、進んで調べようとし、数の概念を一層深めようとする。	面積が 10 cm^2 である正方形を作図し、一辺の長さと面積の関係から、2乗すると 10 になる数を求めようとしている。
考	正方形をかくことによって有理数で表せない数の存在を見いだし、平方根の意味を考えることができる。	自分の着想の意図を論拠としてあげながら、2乗すると 10 になる数についての自分の考えを記入している。
表	根号を使って、平方根を表すことができる。	
知	平方根の意味を理解している。	

イ 評価後の手だて、支援

- 自己追究の際、評価簿をもとに個々の追究状況を把握していく。その際、行き詰まっている生徒に対しては、いろいろな正方形を作図するように助言する。
- 意見交換の際に、論拠を明らかにし、筋道の正しい論証を組み立てている生徒を把握し、全体の場に生かす。
- 授業終了時に「授業を終えて」を書かせることによって、本時の内容を振り返らせる。

(6) 展開

学習過程	生徒の活動・生徒の反応例	形態	指導上の留意点
<p>START</p> <p>学習課題を把握する</p> <p>5'</p> <p>学習課題に取り組む</p> <p>①</p>	<p>1 学習課題を把握する。</p> <p>学習課題 一辺の長さが 1 cm の正方形の面積を 10 倍にした正方形はつくれるのだろうか。</p> <p>2 学習課題に取り組む。</p> <ul style="list-style-type: none"> 自分の着想とその論拠をまとめる。 <p><生徒の反応例></p> <ul style="list-style-type: none"> つくれる 直角三角形と正方形を組み合わせる。 つくれない もし、つくれるとすると 1 辺の長さを 2 乗したら 10 となるが、2 乗したら 10 となる数が存在しない。 $3^2 = 9$ $3.1^2 = 9.61$ $3.2^2 = 10.24$ $3.15^2 = 9.9225$ $3.16^2 = 9.9856$ $3.17^2 = 10.0489$ 	<p>一斉</p> <p>個</p>	<p>1 面積が 10 cm^2 の正方形を実際に作図して考えるように指示する。</p> <p>2 面積が 10 cm^2 の正方形がつくれるかどうかを予想させ、なぜそのように考えたのかも含めて自分の考えをまとめさせ、論証を組み立てさせる。</p> <ul style="list-style-type: none"> 面積が 10 cm^2 の正方形を方眼紙に作図させる。 論拠を考える際は、「どうしてそのように考えたのか」という自分の着想の意図や「逆の立場だったらどうなるのだろうか」という相対する着想の例を挙げるよう指示する。 直角三角形と正方形を組み合わせることによって面積が 10 cm^2 の正方形がつくれると判断した生徒には、正方形だといえる論拠をまとめさせる。 <p>【関心・意欲・態度】の評価 平方根について関心をもち、進んで調べようとし、数の概念を一層深めようとする。</p> <p>【数学的な見方や考え方】の評価 正方形をかくことによって有理数で表せない数の存在を見いだし、平方根の意味を考えることができる。</p>

学習過程	生徒の活動・生徒の反応例	形態	指導上の留意点
	<p>3 それぞれの着想に応じて、意見交換を行う。</p> <p>5 全体で確認する。</p> <p>7 新しい知を構成する。</p> <p>8 平方根についてまとめる。</p> <p>9 本時を振り返り、「授業を終えて」を記入する。</p>	<p>グループ</p> <p>一斉</p> <p>一斉</p> <p>一斉</p> <p>個</p>	<p>3 自分の着想や論拠、論証を対比させながら意見交換させる。 ・ 納得ができない場合は、相手の論拠のどこに矛盾があり、納得できないのかを指摘するように指示する。</p> <p>4 生徒の状況を把握し、意見交換が進まないグループに対しては、助言を与える。</p> <p>5 論拠を明確にしている生徒に論証を発表させる。</p> <p>6 図解表現でまとめ、補説を行う。</p> <p>7 「どのようにすれば、面積が 10 cm^2 である正方形の一辺の長さを表すことができるようになるのか」という発問を行い、生徒の学び直しを促す。 ・ $\sqrt{10}$ は小数や分数で表すことができないことを確認し、根号を用いて表すことの有効性を実感させる。</p> <p>8 平方根の意味や表し方についてまとめる。</p> <p>9 自己評価の視点に基づいて「授業を終えて」を記入させ、本時の内容を振り返らせる。 -- <自己評価の視点> ----- ○ 論拠を明らかにして自分の考えを記録することができたか。 ○ 意見交換では、積極的に自分の考えを述べることができたか。</p>