数学科学習指導案

科　目	授業学級	授業場所	使用教科書	授業者
数学Ｂ	２年８組（美術科）４１名	２年８組	高等学校　新編　数学Ｂ （第一学習社）	有馬純平

１　単　元　名　「数　列」

２　単元の目標

簡単な数列とその和及び漸化式と数学的帰納法について理解し，それらを用いて事象を数学的に考察し処理できるようにする。

３　単元（題材）の評価規準

関心・意欲・態度	数学的な見方・考え方	数学的な技能	知識・理解
数の並び方に興味をもち，その規則性を発見しようとしたり，数列に関する知識を活かして意欲的に問題解決に取り組もうとする。	数の並び方から数列の一般項を考察したり，隣接する項の関係を考察することができる。	数列に関する用語，記号を適切に用いて，一般項を決定したり，和を求めることができる。	数列の定義や表記について理解し，問題解決や証明に活用することができる。

４　単元（題材）の指導計画（全 14 時間）

	内　　容	時間数		内　　容	時間数
１節	等差数列と等比数列	９時間	２節	いろいろな数列	８時間
	(1)　数列と一般項	１時間		(1)　自然数の２乗の和	１時間
	(2)　等差数列	２時間		(2)　和の記号Σとその性質	２時間
	(3)　等差数列の和	２時間		(3)　階差数列	２時間
	(4)　等比数列	２時間		(4)　いろいろな数列	３時間 （本時 3/3）
	(5)　等比数列の和	２時間	３節	漸化式と数学的帰納法	６時間
				(1)　漸化式	３時間
				(2)　数学的帰納法	３時間

５　教材（単元・題材）観

数列は，三角数や四角数などで知られるように，古くから関心が持たれ，いろいろと研究されてきた。現在でも，数列は自然科学や社会科学などの分野においてしばしば取り扱われ，数学の他分野と密接に関連する重要なものである。小学校，中学校段階でも，簡単な数列に接する機会は少なからずあったと思われる。クイズ形式でも，数の並びの規則性を考えさせる問題は多い。

基本的な用語の理解や一般項，和を求める技能をしっかり身につけさせることはもちろん，数列の「規則性」について広く，深くふれさせる機会としたい。

6　生徒観

対象クラスは本校美術科の生徒である。授業を受ける態度は非常によい。学力差は入学当初から大きかったが，習熟度別授業は組んでいない。

現在は数学を不得意とする生徒もついてこれるような，やや遅めの進度で授業を進め，得意な生徒は授業の隙間時間に演習ができるようにプリントを作成して対応している。

7　指導観

レディネステストの結果では，指数を含む式の計算の正答率が非常に低かった。また，「ｎ角形の対角線の本数をｎの式で表せ」という，規則性を式に表す問題も正答率が低かった。したがって，①数列の規則性をつかむこと　②　それを式に表すこと　③　ｎの式を活用して問題解決するために正確に計算すること　などについては，特に注意深く生徒の様子を観察しながら指導していきたい。

また，学び直しの場面においては，公式等の斉唱や板書の工夫（模造紙での掲示など）により，印象づけるための工夫を行う。

8　本時の実際

（１）　本時の目標

群数列に潜む規則性をつかみ，簡単な数列の一般項や和の求め方など既習事項を問題解決にうまく活用することができる。

（２）　本時の評価基準

数学的な見方・考え方	群数列に現れる規則を把握し，既習事項である公式等を活用して問題解決することができる。

（３）　本時の展開

時間	学習内容と生徒の活動・反応例 Ｔ：教師　Ｓ：生徒　Ｓ（ＡＬＬ）は全員	教師の働きかけと配慮事項 （）評価の観点
導入（5 分）	問題 1 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, ・・・のように，自然数ｎがｎ個ずつ並んでいる数列がある。 (1)　初めて 11 が現れるのは第何項か。 (2)　第 200 項を求めよ。 (3)　初項から第 200 項までの和を求めよ。	・　まず紙に書いた数列を少しずつ見せていくことで，数列の中に見える「規則性」をつかませる。 （関心・意欲・態度）
展開 1（25 分）	Ｔ　「これから見せる数列の規則性を，考えてみてください。」（ゆっくり紙をめくっていく。） Ｔ　「どんな規則がありますか？」 Ｓ　「１はひとつ，２はふたつ，３はみっつ，と並んでいます。」 Ｔ 「そうですね。同じ数の項は人グループとして，しきりましょう。左から第１群，第２群，と呼ぶ	・　規則を考えさせてから後の問題文を貼る。 ・　教師からの発問はつねに全員に向けて行う。指名した生徒と教師二人だけのやりとりにならないように気をつける。

	のでしたね。（１）について，11 が入っているのは第何群ですか？」 Ｓ（ＡＬＬ）　「第 11 群です」 Ｔ　「そうですね。初めて 11 が現れるのは，第 11 群の初項だということですね。」 （数列の各群の下に項数を書き入れて） Ｔ　「第 11 群の初項は （1＋2＋3＋･･･10＋1）項ということになりますね。Σを使って表せる部分がありませんか？」 Ｓ　「1＋2＋3＋･･･10 の部分です。」 Ｔ　「そうですね。表すとどうなりますか？」 Ｓ　「$\sum_{k=1}^{10} k$ となります。」 Ｔ　「$\sum_{k=1}^{n} k$をｎの式で表すと？」 Ｓ（ＡＬＬ）　「$\frac{n(n+1)}{2}$です」 Ｔ　（模造紙を掲示）「そうですね。それでは値を求めて空欄を埋めましょう。」 Ｔ　「次に(2)ですが，第 200 項を求めるには何が分かればよいと思いますか？」 Ｓ　「第 200 項が第何群に属しているかがわかればいいです。」 Ｔ　「そうですね。では，第 200 項は，「第(n−1)群の末項よりは後の項で，第ｎ項の末項，またはその前の項にある」として，立式しましょう。 まず，第(n−1)群の末項までの項数は，足し算の形で言うと？」 Ｓ（ＡＬＬ）　「1+2+3+･･･+(n−1)です」 Ｔ　「そう。次に第ｎ群の末項までの項数は同じように表すと？」 Ｓ（ＡＬＬ）　「1+2+3+･･･n です」 Ｔ　「そうですね。ですからこのような不等式ができあがりますね。」 $1+2+3+\cdots+(\mathrm{n}-1)<200$ $\leqq 1+2+3+\cdots+\mathrm{n}$ Ｔ　「この形のままでは解決できませんので，(1)の公式を利用して，左辺，右辺をそれぞれ表してみるとどうなりますか？」 Ｓ（ＡＬＬ）　「$\frac{n(n-1)}{2}<200 \leqq \frac{n(n+1)}{2}$です。」 Ｔ　「はい，そのとおりです。この不等式は連立２次不等式ですが，解くにはなかなか時間がかかり	・　学び直しの部分は斉唱や掲示を繰り返すことで印象づける。 ・　等差数列の和であることも簡単にふれておく。（知識・理解） ・　まず日本語で関係を示し，それに沿って立式していくことで理解を促す。 ・　まずは足し算の表記で立式し，公式の形にしていく。 ・　声がそろわない場合は補足して説明する。（特に不等式の左辺）

	ます。そこで，成り立ちそうなｎの値を代入して，確認する方法をとってみましょう。各辺を２倍すると$n(n-1) < 400 \leqq n(n+1)$ となりますね。ｎはいくらくらいでしょう？」 Ｓ（ＡＬＬ）　「20 くらい？」 Ｔ　「では，20 を当てはめてこの不等式が成り立つか確認してみてください。もし成り立たなければその付近の 19 や 21 なども代入して確かめましょう。」 （机間指導の後） Ｔ　「はい。20 で成り立ったようですね。ということで第 200 項は第 20 群に属するので，20 であるということになります。」 Ｔ　「最後に(3)です。まず，第 200 項のある第 20 群の一つ手前の第 19 群の末項までの項数は， 1+2+3+・・・19=$\frac{19(19+1)}{2}=190$ですね。ということは，200−190=10 より，第 200 項は 10 番目の 20 であるということがわかりますね。」 Ｔ　「第１群の和は１，第２群の和は 2×2=4，となりますので，初項から第 200 項までの和は $1\times1+2\times2+3\times3+\cdots19\times19+20\times10$と表せます。もっと整理すると $1^2+2^2+3^2+\cdots19^2+20\times10$ となります。ここでもΣで表せる部分がありますね。」 Ｓ　「$1^2+2^2+3^2+\cdots19^2$です。」 Ｔ　「そうですね。$\sum_{k=1}^{n}k^2$をｎの式で表すと？」 Ｓ（ＡＬＬ）　「$\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$です」 Ｔ　「では計算して値を求めましょう。」 （机間指導） Ｔ　「群数列の問題は，①各群の項数に関する規則，②各群の和に関する規則など、複数の規則に着目し，既習事項の公式をうまく活用しながら解決します。それでは，問題２の演習に入りましょう。	・　やみくもに値を代入するのではなく，近い値を推測する方法も丁寧に説明する。（数学的な技能） ・　第１群の和から順次求めて，規則性を捉えられるようにする。（数学的な見方や考え方）

展開２（20 分）	問題２ $\frac{1}{1},\frac{1}{2},\frac{2}{2},\frac{1}{3},\frac{2}{3},\frac{3}{3},\frac{1}{4},\frac{2}{4},\frac{3}{4},\frac{4}{4},\frac{1}{5},\cdots$ のように分数の列を作る。 (1)　$\frac{30}{40}$は第何項の分数となるか。 (2)　第 500 項の分数を求めよ。 (3)　分母がｍである分数の総和をｍで表せ。 (4)　初項から第 500 項までの分数の総和を求めよ。 (1)　(解)　分母が n の分数が第 n 群に属するとする。$\frac{30}{40}$は，第 40 群の 30 番目であるから，第 k 群に k 個の分数が属することに注意して $1+2+3+\cdots+39+30$ $=\sum_{k=1}^{39} k+30$ $=\frac{39(39+1)}{2}+30$ $=810$ よって第 810 項目･･･（答） (2)　(解)　第 500 項が第 n 群に属するとすると $1+2+3+\cdots+(\mathrm{n}-1)<500\leqq 1+2+3+\cdots \mathrm{n}$ $\sum_{\mathrm{k}=1}^{n-1} k<500\leqq\sum_{k=1}^{n} k$ $\frac{n(n-1)}{2}<500\leqq\frac{n(n+1)}{2}$ 上の不等式より n=32. このとき第 31 群の末項までの項数は $1+2+3+\cdots+31=\sum_{k=1}^{31} k=\frac{31(31+1)}{2}=496$ 500－496=4 より，第 500 項は第 32 群の 4 番目であるから，第 500 項目の分数は$\frac{4}{32}$･･･（答） 指名した生徒は(1)，(2)を板書して，説明する。	・　考え方を思いつかない生徒に対しては各群の分子，分母や項数の規則性に気づかせるなど個別に対応していく。 ・　全員が解き終わる見通しがたってから小問ごとに板書を指示する。 ・　机間指導しながら様子をみて，(1)，(2)と生徒に板書させていく。 ・　クラス全体の解答状況をみて，板書した生徒に解説をしてもらい，必要に応じて補足する。 ・　(3)，(4)については次時までにやっておくよう指示する。
まとめ（5 分）	本時のまとめを行う ・　数列の多様な規則（①各群の項数の規則、②各群の和の規則など）に着目する。既習事項の公式を使える部分がないか意識しながら計算を進めていく。	・　本時のまとめを掲示する。