

## 数学科学習指導案

科 目	授業学級	授業場所	使用教科書	授業者
数学Ⅱ	2年4組（普通科）40名 （男子19名，女子21名）	2年4組	新編 数学Ⅱ（東京書籍）	小宮路浩章

### 1 単元（題材）名：第5章 「微分と積分」

### 2 単元の目標

導関数を用いて，関数の極大・極小を調べ，グラフがかけるようにする。関数の最大値・最小値を求められるようにする。さらに微分法を用いて，方程式の解の個数を調べたり，不等式を証明したりすることが出来るようにする。

### 3 単元（題材）の評価規準

関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な技能	知識・理解
<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 関数の増減やグラフに関心を持ち，具体的な事象の考察に活用しようとしている。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 関数の増減を，導関数の符号として捉えることができる。</li> <li>・ 関数の増減から関数の極値について考察することができる。</li> <li>・ 関数の実数解が，グラフと <math>x</math> 軸の共有点の座標であることが理解できる。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 微分係数の考えを用いて，グラフの接線の方程式を求めることができる。</li> <li>・ 関数の極値を調べたり，グラフをかくことができる。</li> <li>・ 関数の増減やグラフを用いて最大値・最小値を求めることができる。</li> <li>・ 関数の増減やグラフを調べることを基にして，方程式や不等式を処理することができる。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ グラフの接線の方程式を求めるための基礎的な知識を身につけている。</li> <li>・ 関数の増減やグラフを調べることを，方程式の実数解の個数や不等式の証明と関連付けて理解している。</li> </ul>

### 4 単元（題材）の指導計画（全9時間）

	内 容	時間数
第2節	① 接線の方程式	1時間
	② 関数の増減	1時間
	③ 関数の極大・極小	2時間
	④ 関数の最大・最小	2時間
	⑤ 方程式・不等式への応用	2時間
	方程式の解の個数	1時間（本時）

### 5 教材（単元・題材）観

微分法は，もともとは物理的な運動や自然現象を記述するために考えられたものである。関数の最大・最小の求め方を扱い，容積や体積の最大・最小など，具体的な事象に応用できることも学ぶ。また微分法は，3次方程式の解の個数や3次不等式の証明など，数学の他分野への問題解決にも役立つ。

### 6 生徒観

2年普通科の理系習熟度クラスである。学級役員や清掃など真面目に取り組む生徒が多く，周囲に対して優しく配慮することが出来る。学習量を確保している生徒が，力を伸ばしてきている。高校生

活の後半戦に入り進路への意識が高まりつつある。反面、部活動との両立でやや苦勞している生徒もいる。数学に関しては意欲が高い。問題演習のときは難しい問題であっても計算を進めようと試行錯誤する生徒が増えてきた。

## 7 指導観

導関数を用いて関数の増減や極値を調べ、グラフを作成し、方程式の実数解がグラフと  $x$  軸との共有点の  $x$  座標であることを学んできた。これらを利用して、定数を含む 3 次方程式の実数解の個数が、3 次曲線のグラフと  $x$  軸に平行な直線の共有点の個数と一致していることを理解し、定数の値によりどのように変化するかということを視覚的に捉えさせたい。

## 8 本時の実際

### (1) 本時の目標

- ① 定数分離する意味を理解する。
- ② 増減表をもとに、グラフを作成し、曲線と直線の共有点の個数を視覚的に理解する。
- ③ 3 次方程式  $x^3 - 3x^2 - a = 0$  の異なる実数解の個数が、曲線  $y = x^3 - 3x^2$  と直線  $y = a$  との共有点の個数であることを理解する。

### (2) 本時の評価基準

数学的な見方・考え方	図を利用して、固定された 3 次関数の曲線に対して、直線 $y = a$ を動かすことにより、共有点の個数がどのように変化するかを理解することが出来たか。
------------	---

### (3) 本時の展開

過程時間	学習活動	指導上の留意点 評価の観点等
導入 5分	<ul style="list-style-type: none"> <li>・方程式の実数解の個数は、<u>グラフと <math>x</math> 軸の共有点の個数により求めることができることを確認する。</u></li> </ul>	
展開 40分	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p><b>例題</b> 3 次方程式 <math>x^3 - 3x^2 - a = 0</math> の異なる実数解の個数は、定数 <math>a</math> の値によってどのように変わるか調べよ。</p> </div> <ul style="list-style-type: none"> <li>・例題をどのようにして解くか考える。 (想定される意見) <math>y = x^3 - 3x^2 - a</math> のグラフをかいて、<math>x</math> 軸との共有点を調べる。</li> <li>・例題の説明を聞く。</li> <li>・定数 <math>a</math> を移項することにより、<math>x</math> の 3 次式と定数 <math>a</math> が分離された (定数分離) ことを確認する。</li> <li>・3 次関数のグラフと直線 <math>y = a</math> の共有点が、与えられた 3 次方程式の実数解であることを理解する。</li> <li>・増減表をもとに、3 次関数のグラフをかく。</li> <li>・<math>x</math> 軸に平行な直線 <math>y = a</math> を動かしてみるにより、共有点の個数がどのように変化するかを生徒同士話し合い考えてみる。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・例題を解くために、どのようにしていくとよいかを考えさせる。</li> <li>・関数 <math>y = x^3 - 3x^2 - a</math> の増減表を作成して、グラフを考えてもよいが、曲線を上下に動かして、<math>x</math> 軸との共有点を調べなければならないことを説明する。</li> <li>・別の方法として、定数分離により、3 次関数のグラフと <math>x</math> 軸に平行な直線の共有点に注目することを説明する。</li> <li>・発問しながら、生徒への説明をしていく。</li> <li>・共有点の個数が、定数 <math>a</math> の値によりどのように変化するかを説明する。</li> </ul>

	<p><b>問</b> 3 次方程式 <math>x^3 - 3x - 2 - a = 0</math> の異なる実数解の個数は、定数 <math>a</math> の値によってどのように変わるか調べよ。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・例題を参考にして、問 1 を解く。</li> <li>・指名された生徒は、板書をする。</li> </ul> <p><b>評価問題</b> 3 次方程式 <math>2x^3 - 3x^2 - a = 0</math> の異なる実数解の個数は、定数 <math>a</math> の値によってどのように変わるか調べよ。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・例題や問で学んでことを活用して、評価問題を解く。</li> </ul>	<p>図を利用して、固定された 3 次関数の曲線に対して、直線 <math>y = a</math> を動かすことにより、共有点の個数がどのように変化するかを理解することが出来たか。 《数学的な見方や考え方》</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・例題を参考にして、進めるように指示する。</li> <li>・机間指導を行いながら・解けていない生徒に対して、ヒントを与える。</li> <li>・板書を基に解説をする。</li> <li>・時間があれば、グラフを利用して、<math>x</math> 座標が正の共有点を 2 個、<math>x</math> 座標が負の共有点を 1 個もつような範囲を質問する。</li> <li>・プリントを配布する。</li> <li>・正しく解答できているか確認する。</li> <li>・プリントを回収する。</li> </ul>
<p>まとめ 5分</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・本時のまとめを聞く。</li> <li>・定数分離を行い、グラフと直線の共有点の個数を求めることによって、方程式の実数解の個数を求められることを再確認する。</li> </ul>	

#### (4) 本時の評価

- ① 定数分離する意味を理解できたか。
- ② 増減表をもとに、グラフを作成し、曲線と直線の共有点の個数を視覚的に理解できたか。
- ③ 3 次方程式  $x^3 - 3x^2 - a = 0$  の異なる実数解の個数が、曲線  $y = x^3 - 3x^2$  と直線  $y = a$  との共有点の個数であることを理解できたか。