

数学科学習指導案

学 級：3年2組 標準コース 18人
場 所：2 年 3 組 教 室
指導者：教諭 油 田 深 作

1 単元名 「相似な図形」

2 単元について

(1) 教材観

小学校では、第5学年で図形の合同、第6学年で縮図や拡大図及び図形の対称性について学習してきている。このように、ものの形についての観察や構成などの活動を通して、図形の構成する要素に少しずつ着目できるようになり、基本的な図形をかいたり、作ったり、それを用いて平面を敷き詰めたりすることの学習を通して、図形に対する見方が次第に豊かになってきている。

中学校の「図形」領域において、生徒は初めて論証の学習にふれることとなる。第1学年では、平面図形や空間図形について、観察・操作や実験を通して、図形に対する直感的な見方や考え方を深めている。第2学年では、平面図形の性質を基に、論理的に考察する能力を養ってきている。そして、第3学年では、図形の相似や三平方の定理について理解し、それらを図形の性質の考察や計量に用いる能力を伸ばすとともに、図形について見通しをもって論理的に考察し表現する能力を伸ばすことをねらいとしている。

本単元「相似な図形」は、今まで学習してきた内容を基に、様々な図形の性質について推論し、論理的に考察する能力を伸ばすために適切な題材である。生徒は、三角形の相似条件などを用いた図形の性質の証明を学習し、様々な図形に対して、相似な図形や平行線と比の性質を活用しながら、図形を論理的に考察することができるようになる。

(2) 生徒観

本コースの生徒は、学習（予習学習も含めて）への取組は真面目で、明るい雰囲気の中で授業が展開できている。しかし、自分の考えを積極的に述べることに關しては、十分とはいえない。また、NRTの分析では、図形領域の通過率は全国平均よりやや低い。小問内容では、特に、合同な三角形を利用して図形の性質を証明する問題の通過率が低い。既習内容を再度確認し、学習のつながりを意識させながら、学習を進めていく必要がある。

(3) 指導観

本校では、1、3年生を本人の希望により、1学級を習熟度別の基本・標準の2コースに分け、指導している。基本コースでは、基礎・基本の定着を図ることを主目的として授業設計を行っている。標準コースでは、基礎・基本の定着を基に、数学を活用して考えたり判断したりする活動を多く取り入れた授業設計を行っている。

標準コースの本単元の指導に当たっては、まず、単元の導入時において、相似な図形の学習に必要な既習内容を振り返らせたい。次に、1単位時間の授業においては、課題把握や見通しの段階で、前時の学習内容と予習学習の確認を行い、日常事象と関連のある学習問題や多様な考え方で解決できる学習問題を提示し、ICTを利用するなどして学習課題を把握させたい。また、既習事項を意識させながら数学の活用を促す発問を工夫して、見通しをもたせていきたい。相互解決の段階では、根拠を明らかにして数学的な表現を用いて説明させるような発問を工夫して、ペア学習による言語活動を充実させていきたい。まとめの段階では、学習内容の確実な定着を図るために、自分の力で数学的な表現を用いてまとめさせるようにしていきたい。また、基礎的・基本的な知識及び技能を確実に身に付けさせた上で、数学的に考える力を高め、数学を学ぶ楽しさや意義を実感できるような学習を進めていきたい。

3 単元の指導目標

- 平面図形の相似の意味や三角形の相似条件について理解させる。
- 三角形の相似条件などを利用して、図形の基本的な性質を論理的に確かめることができるようにする。
- 平行線と線分の比についての性質を見だし、それらを調べることができるようにする。
- 立体の相似の意味と、相似な図形の相似比や面積比及び体積比の関係を理解させる。
- 相似な図形の性質を具体的な場面で活用することができるようにする。

4 単元の指導計画

(1) 単元の評価規準

ア 数学への関心・意欲・態度	イ 数学的な見方や考え 方	ウ 数学的な技能	エ 数量や図形などについて の知識・理解
① 相似な図形の性質に関心を持ち、それについて調べたり、それを用いて考えたりしようとしている。	① 図形の性質を見いだすことができる。	① 相似な二つの図形の辺や角の関係を、記号を用いて表したり、その意味を読み取ったりすることができる。 ② 相似な図形の性質を用いて、相似な図形の対応する辺の長さを求めることができる。	① 図形の相似の意味や相似な図形の性質を理解している。
② 三角形の相似条件に関心を持ち、それについて考えたり、それを用いて証明したりしようとしている。	② 三角形の合同条件を基にして、二つの三角形が相似になるための条件を見いだすことができる。 ③ 見いだした図形の性質を、三角形の相似条件を用いて証明することができる。	③ 二つの三角形が相似であることや、辺や角の関係などを記号で表したり、その意味を読み取ったりすることができる。 ④ 1点を中心として図形を拡大または縮小し、相似な図形をかくことができる。	② 三角形の相似条件を理解している。
③ 平行線と線分の比の関係に関心を持ち、平行線の性質や三角形の相似条件を用いて証明しようとしている。	④ 平行線と線分の比についての性質を、平行線の性質や三角形の相似条件を用いて証明することができる。	⑤ 平行線と線分の比についての性質を、記号を用いて表したり、その意味を読み取ったりすることができる。 ⑥ 平行線と線分の比についての性質を用いて、線分の長さなどを求めることができる。	③ 平行線と線分の比についての性質や中点連結定理を理解している。
④ 相似な図形の相似比と面積比及び体積比に関心を持ち、それらの関係について考えようとしている。	⑤ 相似な図形の相似比と面積比及び体積比を調べ、文字式を用いるなどしてそれらの関係について考えることができる。	⑦ ある図形の面積や体積がわかっているとき、その図形と相似な図形の面積や体積を相似比を基にして求めることができる。	④ 相似な図形の相似比と面積比及び体積比や、それらの関係について理解している。
⑤ 相似な図形の性質を用いて具体的な事象を捉えることに関心を持ち、問題の解決に生かそうとしている。	⑥ 図形の中に相似な図形を見いだしたり、日常事象を理想化や単純化することで相似な図形とみなしたりして、相似な図形の性質を用いることで、図形の性質などを考えることができる。	⑧ 図形の辺の比の関係を求めたり、直接測定できない高さや距離などを縮図をかくて求めたりすることができる。	⑤ 日常生活で相似な図形の性質を利用している場面を理解している。

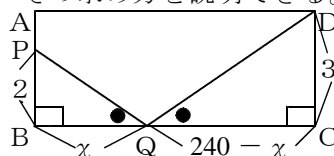
(2) 単元の指導と評価の計画

節	時	指導内容	評価規準
相似な図形	1	○ 相似の学習に必要な学習内容を振り返らせる。 ○ 拡大・縮小, 拡大図・縮図の意味を理解させる。 ○ 図形を拡大・縮小するという操作を通して, 相似の意味を理解させる。	ア-① ウ-①
	2	○ 相似な図形の性質や相似比について理解させる。	イ-① エ-①
	3	○ 相似比を利用して, 対応する辺の長さを求めることができるようにする。	ウ-②
	4	○ 拡大図のかき方を通して, 三角形の相似条件を理解させる。	イ-② ウ-③ エ-②
	5	○ 三角形の相似条件を用いて, 簡単な図形の性質を証明することができるようにする。	ア-② イ-③
	6	○ 相似の位置の意味を理解し, 拡大図・縮図をかくことができるようにする。	ウ-④
	7	○ 縮図を利用した高さや距離の求め方について考えさせる。	ア-⑤ ウ-⑧ エ-⑤
	8	○ 「確かめよう」を利用し, これまでの学習を振り返らせる。	
平行線と相似	9	○ 三角形の1辺に平行な直線が他の2辺と交わる時それぞれの交点は, その2辺を等しい比に分けることを考えさせる。	ア-③ ウ-⑤
	10	○ 「平行線と比」の定理を利用して, 線分の長さを求めることができるようにする。	ウ-⑥
	11	○ 「平行線と比」の定理を利用して, 線分を等分することができるようにする。	ウ-⑥
	12	○ 三角形の2辺を等しい比に分ける2点を結べば, その線分は残りの辺に平行になることを考えさせる。	イ-④ エ-③
	13	○ 「比と平行線」の定理の特別な場合として, 中点連結定理を理解させる。	エ-③
	14	○ 中点連結定理を利用することができるようにする。	ウ-⑥
	15	○ 相似な三角形の性質や平行線と比の定理などを利用して, 辺の長さを求める方法を考えさせ, 求めさせる。	イ-⑥
	16	○ 「確かめよう」を利用し, これまでの学習を振り返らせる。	
相似と計量	17	○ 図形の相似比と面積比の関係を理解させる。	ア-④ イ-⑤ エ-④
	18	○ 相似な図形の相似比と面積比の関係をj用いて, 図形の面積を求めることができるようにする。	ウ-⑦
	19	○ 相似な立体の相似比と表面積比及び体積比の関係をj用いて, 立体の表面積や体積を求めることができるようにする。	ウ-⑦ エ-④
	20	○ 「確かめよう」「5章のまとめと問題」を利用し, これまでの学習を振り返らせる。	
	21	○ 単元テストで学習内容の定着を確認させる。	

5 本時の判断基準の設定 (15/21)

評価規準	「数学的な見方や考え方」 ○ 相似な図形の性質を利用して、問題を解決することができ、その過程を他者に根拠を明らかにして説明することができる。
評価の場面	○ 見通しや自力解決で、相似な図形を見つけ、その性質を使って長さを求める場面 ○ 発表している場面
評価の対象	○ ノートの記述や説明の仕方の観察 ○ 発表の仕方の観察
判断の要素	○ 相似な図形に気付き、その性質を利用して長さを求め、求め方を説明できる。 ア 相似な図形に気付き、そのことを説明できる。 イ 相似比を使って長さを求め、その求め方を説明できる。

尺度	判断基準
B	○ 相似な図形に気付き、その性質を利用して長さを求め、求め方を説明できる。 【予想される生徒の反応例】 ア 相似な図形に気付き、そのことを説明できる。 △PBQに△DCQにおいて 仮定より $\angle PQB = \angle DQC$ $\angle PBQ = \angle DCQ = 90^\circ$ 2組の角がそれぞれ等しいから △PBQ ∽ △DCQ イ 相似比を利用して長さを求め、その求め方を説明できる。 BQ = x cm とする $x : (240 - x) = 2 : 3$ $x = 96$
A	○ Bに加えて、線対称の性質を利用して、長さの求め方を説明できる。



6 本時の実際 (15/21)

(1) 主題名 「平行線と相似」

(2) 学習目標

- 相似な図形の性質を利用して、問題を解決することができ、その過程を他者に根拠を明らかにして説明することができる。(数学的な見方や考え方)

(3) 研究仮説に沿った授業設計の視点

ア 学習問題の工夫

ビリヤードという日常事象の場面を学習問題に設定し、その中に潜む「玉の軌跡によってできる2つの三角形は相似であること」「穴に入る玉の軌跡は最短距離になるということ」などに気付かせ、既習事項と関連付けて学習問題を解決させたい。

イ 発問の工夫

見通しの段階で、「これまで学習してきた内容で、どんなことが利用できそうかな。」といった既習事項を意識させ、数学の活用を促す発問を行う。

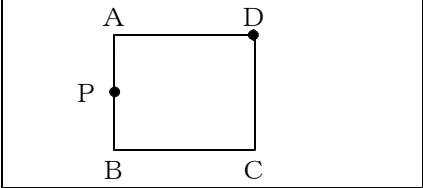
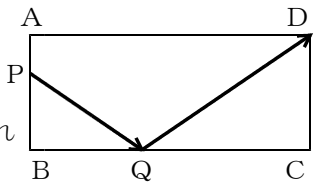
自力解決の段階で、判断基準B状況を満たしていない生徒には、「相似な三角形はどれだろうか。」「どうして相似といえるだろうか。」「相似な図形で、辺の長さを求めるとき、どのようにして求めたかな。」といった既習事項を意識させ、数学の活用を促す発問を行う。また、判断基準B状況を満たしている生徒には、「他の考え方で求めることはできないかな。」「予習学習の内容は利用できない

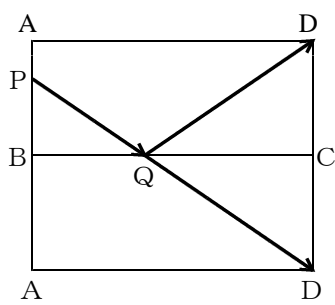
だろうか。」といった思考の深まりや広がりをもつ発問を行う。

相互解決の段階で、「どうしたら分かりやすく説明できるかな。」といった根拠を明らかにして、数学的な表現を用いて説明させる発問を行う。

(4) 授業の展開

発問

過程	時間	形態	学習活動	指導上の留意点	仮説実証の視点
課題把握	10分	一斉	<p>1 予習課題の内容を確認する。</p> <p>正方形ABCDの辺AB上に中点P, 辺BC上に点Qをとるとき, $PQ + QD$が最短距離になるように点Qを作図せよ。</p> 	<ul style="list-style-type: none"> 予習学習を確認させ, 既習内容(最短距離の作図方法, 線対称, 対頂角, 合同な三角形, 相似な三角形)を振り返らせる。 	<p>視点ア</p> <p>日常事象と関連付け, 数学を活用して考えたり, 判断したりする学習問題を設定する。</p>
		一斉	<p>2 学習問題を把握する。</p> <p>右の図のように, 縦120cm, 横240cmの長方形のビリヤード台がある。点Aから40cm離れた点Pから打ち出した玉を, 辺BC上の点Qではね返し, Dの穴に入りたい。</p> <p>このとき, BQの長さを求めなさい。 (ただし, 玉はあつた角度と同じ角度ではね返ります。)</p> 	<ul style="list-style-type: none"> ICTを利用する。 	
		一斉	<p>3 学習課題を把握する。</p> <p style="border: 1px solid black; padding: 2px;">BQの長さを求めるには, どうしたらいいだろうか。</p>		
見直し	5分	一斉	<p>4 解決の見通しを持つ。</p> <p><反応例></p> <ul style="list-style-type: none"> 三角形の相似が使える。 比例式を立てればいい。 線対称を利用すれば, 解けそう。 	<ul style="list-style-type: none"> BQの長さを求めるのに, これまで学習してきた内容で, どんないことが利用できそうかな。 	<p>視点イ</p> <p>課題解決の見通しをもたせるために, 既習事項を意識させ, 数学の活用を促す発問を行う。</p>
自力解決	10分	個別	<p>5 学習課題に取り組む。</p> <p><反応例1></p> <ul style="list-style-type: none"> 相似な三角形を利用して, 比例式で求める。 <p>2組の角がそれぞれ等しいから, $\triangle PBQ \sim \triangle DCQ$</p> <p>$BQ = x$ cm とすると</p> $x : (240 - x) = 2 : 3$ $x = 96$	<ul style="list-style-type: none"> 判断基準B状況を満たしていない生徒には, 補充指導を行う。 <ul style="list-style-type: none"> 相似な三角形は, どれだろうか。 どうして相似といえるだろうか。 相似な図形で, 辺の長さを求めるときは, どのようにして求めたかな。 	<p>視点イ</p> <p>相似な図形を見つけ, 相似比を利用することを促す発問を行う。</p>

過程	時間	形態	学習活動	指導上の留意点	仮説実証の視点
			<p><反応例 2 ></p> <ul style="list-style-type: none"> 線対称を利用して、相似な三角形または平行線と比の性質で求める。 	<ul style="list-style-type: none"> 判断基準B状況を満たしている生徒には、深化指導を行う。 <div style="border: 1px dashed black; padding: 5px;"> <ul style="list-style-type: none"> 他の考え方で求めることはできないかな。 予習学習の内容は利用できないだろうか。 </div>	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px;">視点イ</div> <p>思考の深まりや広がりを促す発問を行う。</p>
相互解決	15分	ペア	<p>6 お互いの考えを説明し合い、検討し合う。また、自分の考えと比較する。</p> <p>7 学習課題の解決の方法を確認する。</p>	<div style="border: 1px dashed black; padding: 5px;"> <ul style="list-style-type: none"> どうしたら分かりやすく説明できるかな。 友達の考えは、自分とどんなところが違っているかな。 </div>	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px;">視点イ</div> <p>根拠を明らかにして数学的な表現を用いて説明させる発問を行う。</p>
まとめ	10分	個別	<p>8 学習のまとめをする。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>三角形の相似を利用して、比例式を立てて、求めることができる。</p> </div> <p>9 評価問題に取り組む。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>点Pが辺ABの中点のとき、BQの長さを求めなさい。</p> </div> <p>10 次時の学習内容を確認する。</p>	<ul style="list-style-type: none"> 机間指導を行い、確認する。 本時の学習内容を振り返らせる。 	

(5) 検証の方法

ア 学習問題の工夫

課題把握と見通しの段階で、相似な三角形を見つけ、相似な図形の性質を利用して、問題を解決しようとしていたかを生徒の観察及びノートの記述から確認する。

イ 発問の工夫

見通しの段階で、問題解決に向けて、三角形の相似や比例式、線対称を利用できそうだという生徒の発表及びつぶやきから確認する。

自力解決の段階で、三角形の相似を見つけて比例式で求めたり、線対称を利用して相似の性質や平行線と線分の比の関係から比例式で求めたりすることができたかを生徒の観察及びノートの記述から確認する。

相互解決の段階で、根拠を明らかにしながら、数学的な表現を用いて説明することができたかをペア学習の生徒の観察やノートの記述から確認する。