

指導資料



鹿児島県総合教育センター

算数・数学 第133号

— 高等学校，特別支援学校対象 —

平成24年10月発行

「課題学習」における数学的活動を生かした指導の工夫

平成20年1月の中央教育審議会答申を受け、高等学校では本年4月から実施された学習指導要領において、実生活と関連付けたり、学習した内容を発展させたりして、生徒の関心や意欲を高める課題を設けて、数学的活動を特に重視して行うため、「数学Ⅰ」，「数学A」の科目の内容に「課題学習」が位置付けられた。

そこで本稿では、「課題学習」における数学的活動を生かした指導の工夫について、身近にある無理数を扱った授業を例に述べる。

1 「課題学習」を位置付けた意義

平成17年に文部科学省が高等学校3年生を対象に行った高等学校教育課程実施状況調査における回答結果(抜粋)が、表1・表2である。

表1 数学の勉強が好きか及び役立つかについて

質問事項	肯定的	否定的
「数学の勉強が好きだ」	38.9	57.4
「数学の勉強は大切だ」	59.0	35.2
「数学の勉強をすれば、私の普段の生活や社会生活の中で役立つ」	38.0	53.9
「普段の生活や社会生活の中で役立つよう、数学を勉強したい」	34.3	58.6
「数学で新しい内容や考えなどを勉強したら、自分の身の回りの場面などで使ってみますか」	10.2	89.3

(単位は%)

※ 質問に対して、「わからない」と答えたり、無回答もあったりするため、表中の数値の合計は100%にはならない。

表1では、数学の勉強が好きか、役立つかの設問に対し、「数学の勉強は大切だ」と

考える生徒は多いが、「勉強したことを自分の身の回りで使う」ことに関しては多くの生徒が否定的である。

さらに、「数学Ⅰ」の内容ごとに理解度と有用性について聞いた回答結果が表2である。理解度については内容によって様々だが、有用性についてはどの内容においても、肯定的な回答をした生徒は少なかった。

表2 「数学Ⅰ」の各内容に対する理解度，有用性の意識について(一部抜粋)

	理解度		有用性	
	肯定的	否定的	肯定的	否定的
実数の性質や簡単な無理数の四則計算	47.0	25.8	20.2	46.4
式の展開や因数分解	59.4	17.2	9.8	56.9
二次方程式	51.3	22.5	9.5	56.4
二次関数のグラフ	33.1	39.1	7.0	60.2
二次関数の最大・最小	34.3	37.6	7.2	59.7
二次関数と二次方程式や二次不等式との関係	26.6	43.3	5.8	60.3

(単位は%)

※ 質問に対して、「わからない」と答えたり、無回答もあったりするため、表中の数値の合計は100%にはならない。

「理解度」における回答
 肯定的・・・よく分かった。 否定的・・・よく分からなかった。
 「有用性」における回答
 肯定的・・・普段の生活や社会生活の中で役に立つと思った。
 否定的・・・役に立つと思わなかった。

調査結果から、数学の楽しさや生徒の身近な事象はもちろんのこと、社会生活全般においても、数学の果たす役割や有用性を意識していないことが分かる。

このため、数学的活動を生かした指導を一層充実させ、数学を学ぶことの楽しさや意義を実感するために「課題学習」が位置付けられた。

2 「課題学習」の内容

(1) 「課題学習」の内容構成

「数学Ⅰ」では、中学校数学が4領域で構成されていることも踏まえ、四つの内容で構成される。

中学校の領域	数学Ⅰの内容
A 数と式	① 数と式
B 図形	② 図形と計量
C 関数	③ 二次関数
D 資料の活用	④ データの分析

「課題学習」はこれらの内容又はそれらを相互に関連付けた内容に関する課題を設け、課題の解決を通して数学の概念や原理・法則のよさ、数学的な表現や処理の仕方のよさなどの「数学のよさ」を認識できるようにするために位置付けられている。

(2) 「課題学習」で取り扱う課題

取り扱う課題については、実生活と関連付けたり、学習した内容を発展させたりして、生徒の関心や意欲を高めるようなものにするとともに、数学的活動を特に重視して行うことが大切である。

教師は、日頃から生徒が関心をもちそうな話題や生徒に育てたい能力とその能力を育てるためにふさわしい話題などを考えておくことが必要である。また、生徒の疑問を課題として取り上げたり、設定させることが大切である。

3 数学的活動

(1) 「数学的活動」の捉え方

「数学的活動」とは、数学学習に関わる目的意識をもった主体的な活動を指す。観察、操作、実験・実習などの外的な活動

と、直観、類推、帰納、演繹などの内的な活動が考えられる。さらに、生徒が数学の学習を通して身に付けるべき内容も含まれる。

数学の知識や技能は、教え込まれただけではいろいろな場面で活用できるものとはならない。生徒が主体的な活動を通して学び取ることが大切であるという考えに基づき、「数学的活動」が従前以上に重要になっている。

(2) 指導に当たっての配慮事項

指導に当たっては、配慮事項として次の三つが挙げられている。

- ① 自ら課題を見だし、解決するための構想を立て、考察・処理し、その過程を振り返って得られた結果の意義を考えたり、それを発展させたりすること。
- ② 学習した内容を生活と関連付け、具体的な事象の考察に活用すること。
- ③ 自らの考えを数学的に表現し、根拠を明らかにして説明したり、議論したりすること。

①は、問題の解決に関すること、②は、学習した内容を日常生活や社会生活などにおける問題の解決に活用すること、③は、言語活動の充実に関わることを述べている。

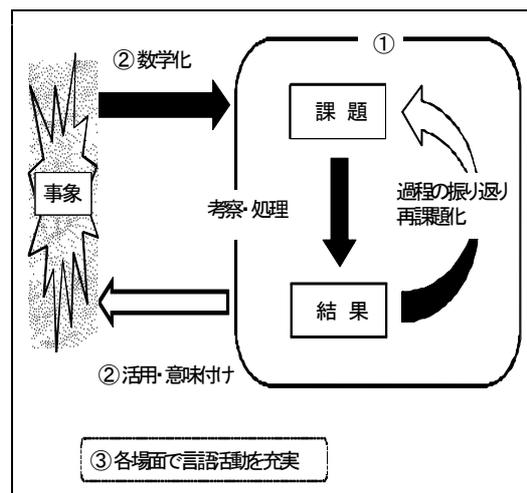


図1 数学的活動

「課題学習」においては、主体的な活動や言語活動といった数学的活動が重視されなければならない。

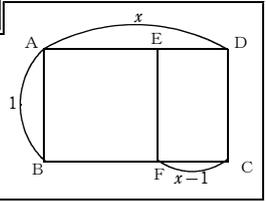
4 授業の工夫例

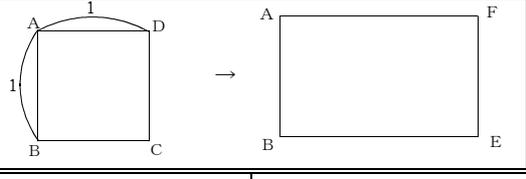
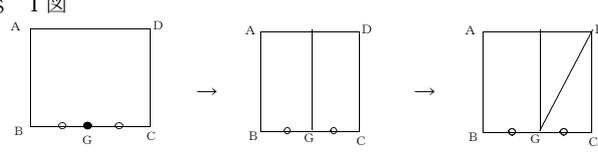
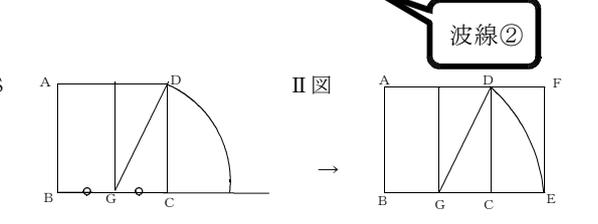
今回は、生徒の身近にある無理数として、黄金比や白銀比を取り上げる。学習した内容を生活と関連付け、①具体的な事象の考察に活用したり、②課題を見いだしたり

【授業の工夫例】

解決したりするための構想を立てて考察・処理することで無理数に関する理解を深め、関心を高める授業例を紹介する。

なお、実施時期としては「数と式」で二次方程式の解について学習した後での実施を考えている。

時間	学習内容と生徒の活動・反応例 (T 教師の発問, S 生徒の反応例)	教師の働きかけと配慮事項 ※評価の観点
導入 (8分)	<p>1 二次方程式の解の求め方の確認を行う。</p> <p>T 二次方程式の解法は、どのような解法があるか S (因数分解, 平方完成, 解の公式など)</p> <p>T 写真の建築物や彫刻は何だろう S (パルテノン神殿, 凱旋門, ミロのヴィーナス)</p> <p>T これらが、人々を魅了するのはどうしてだろうか。 S (形がいいから など)</p> <p>2 本時の学習課題を確認する。</p> <p>T 黄金比というのは○対△だろうか S (3:2, 4:3, 7:5など)</p> <p>T どうして黄金比が使われているのか考えながら、黄金比を実際に求めてみよう。</p>	<p>教師の働きかけと配慮事項</p> <ul style="list-style-type: none"> 因数分解できない場合は、必ず無理数が表れることを確認して、身近にある無理数について考えてみることを示す。 スクリーンにそれぞれの写真を映して答えさせる。 これらに黄金比が使われていることについて説明する。 ワークシートを配布して、本時の学習内容と課題を説明する。 簡単な整数値で考えさせる。 <p>※ 関心・意欲・態度</p> <ul style="list-style-type: none"> 黄金比に関心をもち、意欲的に取り組もうとする。
展開1 (15分)	<p>3 黄金比を求める。</p> <p>学習課題1 縦の長さが1, 横の長さが x の長方形 ABCD がある。この長方形から正方形 ABFE を切り取ったときに出来る長方形 EFC D がもとの長方形 ABCD と相似であるとき, AD の長さ x を求めよ。</p>  <p>解) 四角形 ABFE は正方形より $BF=1$ であるから, $FC=x-1$ 長方形 ABCD と EFC D が相似であるから, $AB:AD=FC:FE$ $1:x=(x-1):1$ より $x(x-1)=1$ $x^2-x-1=0$ $x=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$ ここで, $x>0$ より $x=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$</p> <p>S 板書する。</p> <p>S $\sqrt{5}\approx 2.236$ を利用して黄金比 $(AD:AB\approx 5:8)$ を求める。</p> $\frac{1+\sqrt{5}}{2}\approx\frac{1+2.236}{2}=\frac{3.236}{2}=1.618$ <p>よって, $1:\frac{1+\sqrt{5}}{2}=1:1.618\approx 5:8$</p> <p>T 最初に示した建築物などについて黄金比が成り立つか確かめよう。</p> <p>波線①</p> <p>T 実は、身の回りにもこの黄金比が成り立つものがあります。何でしょう。 S (教科書, 定期券, カードなど)</p>	<p>機間指導を行いながら、板書する生徒を指名し黒板に書かせる。</p> <ul style="list-style-type: none"> $x > 0$ を考えているかを確認する。 <p>※ 数学的な見方や考え方</p> <ul style="list-style-type: none"> 比例式から方程式をつくることに気付くことができる。 <p>※ 数学的な技能</p> <ul style="list-style-type: none"> 解の公式を利用して、二次方程式の解を求め、条件から解の吟味ができる。 <p>本来は、黄金比は $1:\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ であるが、近似値で簡単な整数値としても考えさせる。</p> <p>最初に示した建築物などについて長さを与えて計算させる。</p> <p>【数学的活動】 学習した内容を生活と関連付け、具体的な事象の考察に活用する。</p> <ul style="list-style-type: none"> できるだけ、実物を示す。 教科書やプリント用紙(白銀比のもの)が出てきた場合は、まとめて触れることを告げる。

<p>展開 2 (20分)</p>	<p>学習課題 2 1 辺の長さが 1 の正方形 ABCD がある。この正方形をもとに、黄金長方形を作れ。</p> 	
	<p>S 定規とコンパスを使って考える。</p> <p>T $\frac{1+\sqrt{5}}{2} = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2}$ と考えたら、$\frac{1}{2}$ と $\frac{\sqrt{5}}{2}$ の長さを正方形 ABCD に作れないだろうか。</p> <p>S I 図</p>  <p>T 辺 BC の延長上に対角線 CD と同じ長さの線分を取れないだろうか。</p> <p>S</p> 	<ul style="list-style-type: none"> • $AB=1$ より、$AF = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ となればよいことを示す。 • 机間指導を行いながら、最初は各自で考えさせる。段階的に I 図、II 図の考え方を説明して考えさせる。 • 辺 BC の中点 G をとると、GC の長さが $\frac{1}{2}$ となる。 • 点 G と頂点 D を結んだ対角線 GD の長さを三平方の定理で求めれば、$\frac{\sqrt{5}}{2}$ が求まる。 <p>【数学的活動】 課題を見だし、解決するための構想を立てて考察・処理する。</p> <ul style="list-style-type: none"> • 数直線上に無理数をとるときの考え方を確認する。 • 図がかけた生徒は、まだかけていない生徒へ考え方を説明する。 <p>※ 数学的な見方や考え方</p> <ul style="list-style-type: none"> • 既習事項を利用して、作図ができる。
<p>まとめ (7分)</p>	<p>T 長方形 DCEF も黄金長方形であることを確かめよう。</p> <p>4 本時のまとめ</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 黄金比の求め方と黄金長方形の作り方の確認をする。 • 日本では、白銀比と呼ばれる $1:\sqrt{2}$ の比が使われてきたことや、日頃利用している紙の大きさに使われていることを説明する。

今回は黄金比を身近にある無理数として取り扱ったが、「図形と計量」の内容と関連させて、正五角形や頂角が 36° の二等辺三角形などを取り上げ、その図形の中に潜む黄金比を見いだしたり、それに関連して 18° や 72° の三角比の値を求めたりする活動を行い、数の不思議さを感じ取らせる授業展開も考えられる。

さらに、科目は異なるが「数学B」の「数列」の内容と関連させて、フィボナッチ数列は隣接する二項の比が次第に黄金比に近

づくことを確かめさせる授業展開も考えられる。

各校においては、生徒の実態に応じて数学的活動を生かした授業実践を積極的に行われることを期待したい。

—参考文献—

- 文部科学省『高等学校学習指導要領解説 数学編 理数編』平成21年
- 吉田明史編著『高等学校 新学習指導要領の展開 数学科編』平成22年
- 岩崎秀樹編著『新しい学びを拓く数学科授業の理論と実践』平成24年

(教科教育研修課)