指導資料
鹿児島県総合教育センター
数　学　第134号
－中学校，特別支援学校対象－
平成25年４月発行

「数学的な見方や考え方」の育成を目指した中学校数学科学習指導法の工夫
－「基礎・基本」定着度調査を踏まえて－

本県では，小・中学生が基礎学力を，確実に身に付けているかどうかを調べるために，平成16年度から「基礎・基本」定着度調査を実施している。その調査結果から本県の児童生徒の基礎学力の定着状況が明らかになるとともに，授業改善すべき点や指導に重点を置くべき点が見えてくる。

そこで本稿では，本調査結果から見える中学校数学科に関する課題を改めて確認し，学習指導法改善の方向性について述べる。

１　「基礎・基本」定着度調査結果から見える中学校数学科の課題

(1)　調査結果から

過去４年間の調査結果（**図１**）を見ると，中１・中２ともに「数学的な見方や考え方」に関する問題の通過率が，他の観点と比べて低いことが分かる。

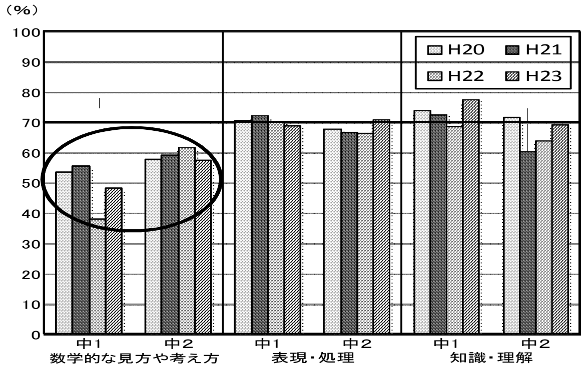


図１　年度別の学年別・観点別県平均通過率（%）

県教育委員会作成の「平成23年度の『基礎・基本』定着度調査結果（概要）」（以下「概要」という。）で示されている「数学的な見方や考え方」に関する課題を要約すると，次のようになる。

> 「数学的な見方や考え方」について看過できないレベルで低い通過率の内容がある。事柄の中にある数量の関係を見付け，その関係について文字を用いて説明したり，言葉や式，グラフの読み取り，その相互の関連について筋道立てて思考し，判断したりする力が不足している。

(2)　課題の考察

「概要」を詳細に見ると，小・中学校とも「数学的な見方や考え方」に関する問題については，学年が進むにつれ，無解答の問題数が多くなる。また，中学校では，無解答率が10%を超える問題の多くが，「数学的な見方や考え方」に関する内容である。その理由として，問題解決の際に言葉や数，式，図などの数学的な表現を用いて問題の内容を説明できなかったり，既習の解決方法が定着していなかったりすることなどが考えられる。基礎・基本の定着が図られていない状況であることからも生徒一人一人に応じた，きめ細かな指導法の改善が求められる。

２　「数学的な見方や考え方」の育成

(1)　「数学的な見方や考え方」とは

「数学的な見方や考え方」は，概念や原理・法則の理解，数学的な表現や処理，事象の数理的な考察や表現を通したり，その過程を振り返ったりすることで養われ，数学的な思考・判断・表現等に含まれるよさ（有用性，簡潔性，一般性等）を知ったり，実感したりすることによって，一層数学を活用する態度が育ってくるものである。

(2)　指導に当たっての配慮事項

平成22年度の問題を基にして，「数学的な見方や考え方」を育成するための指導に当たっての配慮事項を示す。

３　３，４，５や７，８，９のように，連続する３つの整数の和は，３の倍数になります。このことについて，たけしさんとりえさんは，次のように考えました。次の問いに答えなさい。

１　たけしさんは，最も小さい整数を n として，文字を使って次のように説明した。下の $\boxed{ア}$ にあてはまる式を求め，たけしさんの考えを完成せよ。

たけしさんの考え

連続する３つの整数のうち，最も小さい整数を n とすると，中央の整数は $n+1$，大きい数は $\boxed{ア}$ と表させる。

したがって，これらの和は，$n+(n+1)+(\boxed{ア})$

$n+(n+1)+(\boxed{ア})$

$=3n+3$

$=3(n+1)$

$n+1$ は整数だから，$3(n+1)$ は，３の倍数である。

したがって，連続する３つの整数の和は，３の倍数である。

２　りえさんは，中央の整数をmとして，文字を使って次のように説明した。$\boxed{}$ に説明の続きを書け。

りえさんの考え

連続する３つの整数のうち，中央の整数をmとすると，

したがって，連続する３つの整数の和は。３の倍数である，

１ 平均通過率 72.9%　２ 平均通過率 38.4%

１ 無解答率　 7.5%　２ 無解答率　 32.1%

１の問題では，約３割の生徒が問題場面における考察の対象を明確に捉えておらず，それを文字を使って表すことができていない。また，２の問題では，約６割の生徒が与えられた説明を振り返って，それを発展的に捉えておらず，記述できていない。さらに，問題２については約３割の生徒が無解答であることも大きな課題である。

このような問題の指導に当たっては，特に，次の二点に配慮する必要がある。

ア　文字式を活用して，事柄が成り立つ理由を説明できるようにする。

整数の性質などが成り立つことを説明する際には，文字式を活用し，根拠を明らかにして，それに基づいて結論を導くことが大切である。例えば，自分の考えを他者に筋道立てて説明し，伝え合う活動の中で考えたことを生徒間で互いに共有する場面を設定したい。

イ　発展的に考えて，新たな事柄を予想することを大切にする。

数や図形についての新たな事柄を見いだす方法として，問題の条件を変えて発展的に考えることやそのための視点を示し，生徒自らが新たな事柄を見いだすことができるようにすることが大切である。例えば，「連続する３つの奇数の和は３の倍数になる」や「連続する５つの数の和は５の倍数である」などの予想について，それが正しいかどうかを確かめるような，発展的な考えを基にした学習に取り組ませるようにしたい。

(3)　「数学的な見方や考え方」を育成する指導上のポイント

「数学的な見方や考え方」は，可視化しにくい内面のものであるので，生徒が

表現した数や式など，思考・判断した過程や結果を表出したもので見取っていくことになる。そのことを踏まえ，指導上のポイントとして，次のことを意識して指導することが大切である。

○　考えを引き出したり課題解決のヒントとなったりする発問の工夫
○　言葉や図，数，式，表，グラフなど互いの表現の関連性を意識させながら考察したり，表現したりする学習活動の充実
○　生徒が表出したものや教師が意図的に提示した内容について，「なぜそうなるのか。」を考えさせる場面の設定

3　具体的な指導例

(1)　文字を使うよさに気付かせる指導

事例として，次の問題を基に，説明する。

「連続した３つの整数の和は，３の倍数であることを説明する」場面

生徒一人一人の興味・関心を高めることに留意することは言うまでもないが，生徒一人一人の思考の特徴を理解し，できるだけ具体的な手立てを講じる必要がある。学習の遅れがちな生徒には，特に配慮しながら具体物や半具体物を使った操作活動を充実させるとともに，その活動と式変形の関連を意識させるなどの指導を工夫することが大切である。

実際の授業では，最初から文字を使って生徒に考えさせるのではなく，連続する３つの整数を例に挙げ，実際に３つの整数の和を計算して，３の倍数になることを確認させた後，一般化して，文字を用いると思考しやすい。

○　連続する３つの整数を具体的に挙げ，３つの整数の和が３の倍数になるかどうかを確認する。

$3+4+5=12\ (=3\times4)$

$4+5+6=15\ (=3\times5)$

⋮

この活動では，どの数まで計算しても３の倍数になることに気付かせることが重要である。例えば，「どの数で計算しても３の倍数になることを説明するには，どうすればよいだろうか。」，「他の表し方はないだろうか。」などの発問を工夫することで文字を使うよさに気付くことになる。また，３の倍数であることを説明するためには，「３×(整数)の形を示せばよい。」という見通しをもたせ，それを基に与えられた文字式が３×□の形になるのかを確認する活動を取り入れることが大切である。

例えば，

３つの整数を n, $n+1$, $n+2$ と表すとすれば，その和は，

$n+(n+1)+(n+2)$

$=3n+3$

$=3(n+1)$

と計算される。ここで，$3(n+1)$ が３の倍数であるかを生徒に説明させることも重要である。

(2)　生徒の思考に応じた指導

生徒の中には，具体的な整数の場合では理解できていても，それを文字式で表して説明することが困難な生徒もいる。したがって，文字式という抽象性のある内容を取り扱うとき，生徒一人一人の思考の特徴を考慮した指導を意識する必要がある。実際，一部の生徒は，比較的早

く抽象的な表現（文字を使った表現）に気付くが，中には文字を使うことに抵抗を感じている生徒も多い。そのような生徒に対しては，抽象的な表現に導くための手立てを工夫する必要がある。生徒の思考を一般性のあるものにしていくために，できるだけ具体物や半具体物を使った活動を通して，それを一般化された表現とつなぐことが大切である。

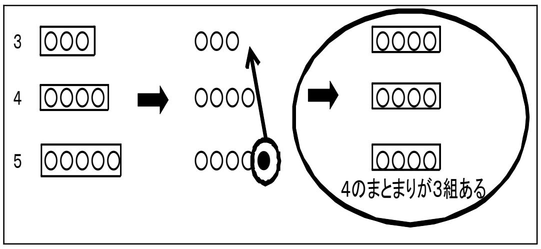


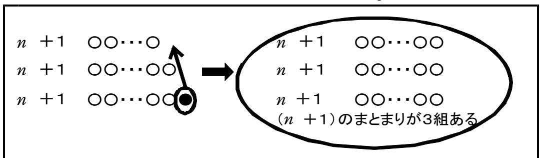
図２　図による思考の誘発

例えば，**図２**のように，３，４，５の連続する３つの整数を図を使って配列し，５個ある○のうち，１個を３個の○のところへ移せば，４のまとまりが３組になる。つまり，**図２**の右のように，４のまとまりが３組できたことに気付く。この図の操作を式で表すと，

$$
\begin{aligned}
&3+4+5\\
&=(3+1)+4+(5-1)\\
&=4+4+4\\
&=4\times 3\ (=3\times 4)
\end{aligned}
$$

のように変形していることになる。図の操作と式変形を関連付けながら考察させたり，説明させたりするなどの授業を展開することが大切である。

実際この操作を，１回行っても理解できない生徒がいた場合は，生徒自身が決めた連続する３つの整数の場合について，もう一度同じ操作を繰り返すと，より具体的なイメージが湧いてくる。このように問題解決を行う際に，具体的な活動を通すことで帰納的・類推的な考えから演繹的な考えへと思考が深まり，意味理解が図られることにつながる。



n，$n+1$，$n+2$ を足すと $=3n+3$	$(n+1)$が３組あるので $=(n+1)\times 3$ $=3(n+1)$

図３　図と一般化した式との関連

また，$3n+3=3(n+1)$という式の変形が，生徒によってはできないことも予想される。その場合においても，**図３**のように具体的な操作を基に，それを生かすような手立てとして，図と式の操作を結び付ける発問を積極的に行い，生徒自身の考えを発展させることが望ましい。当然，発達の段階を踏まえた指導として，この段階の思考に留まったままでもいけないが，このような活動を適宜取り入れることが抽象化のきっかけをつくることにつながる。教師は，生徒一人一人の思考過程を想定し，それに寄り添った指導を充実させることが大切である。

「基礎・基本」定着度調査等を用いて，指導のポイントを明確にし，調査問題を指導計画に位置付け授業実践することで，学習指導法改善につなげてもらいたい。また，県教育委員会作成の「鹿児島ベーシック」もあわせて活用していただきたい。

－参考文献－
○文部科学省　「中学校学習指導要領解説数学編」　平成20年　教育出版
○文部省　「指導計画の作成と学習指導の工夫」　平成３年　教育出版
○片桐重男　「数学的な考え方の具体化と指導」　2004年　明治図書
○県教育委員会　「基礎・基本」定着度調査結果（概要）　平成20年度～23年度

（教科教育研修課）