

指導資料

 鹿児島県総合教育センター

数学 第140号

— 中学校，特別支援学校対象 —
平成27年4月発行

中学校数学科における関数領域の授業改善 — 鹿児島学習定着度調査結果等を生かして —

関数領域に関しては，平成25・26年度鹿児島学習定着度調査結果及び平成26年度本県公立高等学校入学者選抜学力検査結果の概要から，本県の生徒には次のような課題があることが分かった。

- ・ 関数，特に反比例に関する基礎的な概念や性質を理解してグラフに表すこと
- ・ 事象をグラフに表したり，グラフから状況を読み取って表現したりすること
- ・ 身の回りの事象を関数を用いて解決したり説明したりすること

そこで，本稿では，鹿児島学習定着度調査の関数領域の結果から明らかとなった課題を踏まえ，関数領域の授業改善について述べる。

1 関数指導のねらいと各学年の目標

中学校学習指導要領解説数学編では，「自然現象や社会現象などの考察においては，考察の対象とする事象の中にある対応関係や依存，因果などの関係に着目して，それらの諸関係を的確で簡潔な形で把握し表現することが有効である。中学校数学科においても，いろいろな事象の中に潜む関係や法則を数理的にとらえ，数学的に考察し処理できるようにすることをねらいとする。」と「関数」指導の意義を示している。

関数領域の指導目標についても，学年ごとに次のように示されており，系統的な指

導が必要である。

表 関数領域の各学年の指導目標

学年	学習活動	内容	育成する能力
1年	具体的な事象の中から中核的要素の取り出しや対比を調べる	比例反比例の関係	関数関係を表現し，関係を見出し，考察する能力を
2年	数量の増減や変化の様子を調べる	一次関数	関係を見出し，考察する能力を
3年	身の回りの事象を関数を用いて解決したり説明したりすること	関数 $y=ax$	関係を見出し，考察する能力を

2 関数の指導に当たって

関数の指導に当たっては，次のような内容を確実に定着させることが大切である。

- (1) 関数についての基礎的な概念や性質の確実な理解

関数の用語や概念については，内容の系統性を踏まえて確実に理解させたい。

- ・ 伴って変わる二つの数量の変化や対応を調べることを通して，比例，反比例，一次関数，二乗に比例する各関数関係を式で表し，グラフの特徴や変化の割合などの関数の性質を理解させる。
- ・ 座標，変数と変域の概念を理解させる。

- (2) 表，式，グラフを相互に関連付けて調べる能力の育成

表，式，グラフの単独では解決できない状況を意図的に設定し，相互に関連付けながら調べる能力を育成したい。

- ・ 伴って変わる二つの数量の変化や対応を、表、式、グラフによって表現することで関数の特徴を能率的に調べることができるようにする。
- ・ 式を基に表を作って変化の様子を調べたり、式から変化の割合を求めたりするなどし、表、式、グラフを単独で用いるのではなく相互に関連付けて関数の特徴を調べる能力を伸ばすことを重視する。

(3) 関数を用いて事象を捉え説明する能力の育成

課題を解決する際に、事象を関数を用いて捉え説明する能力を育成したい。

- ・ 表、式、グラフを用いて表現し明らかになった事柄を他者に説明する活動を取り入れることで、表、式、グラフの理解を深めさせる。
- ・ 日常生活における事象の関係を理想化したり単純化したりして捉えさせることで、事象の中にある関係を既習の関数と仮定して処理し、導かれた結果を事象に照らして判断し説明させる。

3 鹿児島学習定着度調査結果を踏まえた指導上の留意点

ここでは、鹿児島学習定着度調査結果を基に、関数領域の具体的な課題や指導上の留意点を述べる。

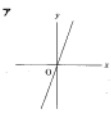
(1) 反比例の問題（平成26年度）

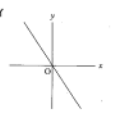
5 次の1～3の問に答えなさい。

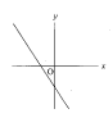
2 2つの変数 x と y の関係が、下の表のようにになっている。 y が x に反比例するとき、 y を x の式で表せ。（問1は省略）

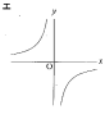
x	...	-2	...	2	3	...	6	...
y	...	-3	...	3	2	...	1	...

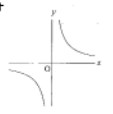
3 下のア～オの中から、 $y = -\frac{12}{x}$ のグラフを選び、記号で答えよ。

ア 

イ 

ウ 

エ 

オ 

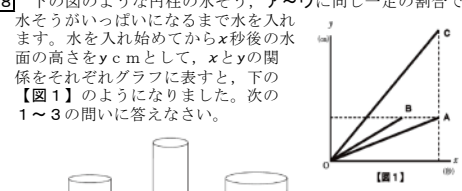
5 は反比例の基礎的な概念の理解度を問う問題である。

平成25年度に出題された、問2と同様の問題の平均通過率は47.3%であり、反比例の関係を示す表から、 x 、 y の関係を式に表すことに課題が見られた。指導に当たっては、いきなり反比例を表す式 $y = \frac{a}{x}$ を導こうとせず「二つの数量の対応している変数の積に注目すると、どこも一定になっている」ことに気付かせ、 $xy = 6$ の形の式を先につくらせた後に、 $y = \frac{6}{x}$ を導かせるなどの指導が必要である。

昨年度出題された、問3と同様の反比例の関係のグラフの形状に関する問題の平均通過率は65.2%であった。中学1年生にとって、四つの象限内において、曲線のグラフを学習することは初めてなので、授業中の指導に当たっては、表から座標をとってグラフをかく際に、双曲線になることを丁寧に指導しておく必要がある。

(2) 比例のグラフの問題（平成25年度）

6 下の図のような円柱の水そう、ア～ウに同じ一定の割合で水そうがいっぱいになるまで水を入れます。水を入れ始めてから x 秒後の水面の高さを y cmとして、 x と y の関係をそれぞれグラフに表すと、下の【図1】のようになりました。次の1～3の問に答えなさい。

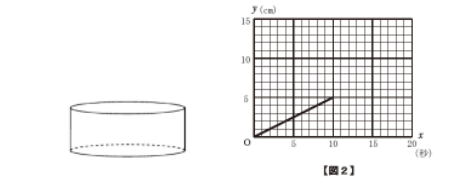


【図1】

(問2は省略)

1 水そうア～ウの x と y の変化のようすを表したグラフを、右のA～Cからそれぞれ選び、記号で答えよ。
【平均通過率67.1%】

3 下の図のような水そうに、一定の割合で水そうがいっぱいになるまで水を入れる。水を入れ始めてから x 秒後の水面の高さを y cmとして、 x と y の関係をグラフに表すと下の【図2】のようになった。この水そうと比べて、底面の半径が2分の1で高さが2倍の円柱の水そうに、同じ一定の割合でいっぱいになるまで水を入れるとき、どのようなグラフになるか。下の【図2】にグラフをかき入れよ。
【平均通過率6.4%】



【図2】

8は水槽の形状から、水槽の水が増える状況を動的な事象として捉え、グラフに表したり読み取ったりする問題である。

問1の平均通過率は67.1%であり、時間当たりの水面の高さの変化の違いを比較して捉えグラフを読み取ることに課題が見られる。指導に当たっては、実際の身の回りの事象を示したり、ICTを活用するなどしながら、動的な状況とグラフの変化の大まかな状況を捉え、口頭で説明させる活動等を取り入れる。

問3の平均通過率は6.4%であり、水槽の条件の違いによる変化の割合に着目し、グラフに表していくことに課題が見られる。指導に当たっては、水槽の底面積については、「円の面積の公式 $S = \pi r^2$ から、半径を $\frac{1}{2}$ 倍にしたときに面積は $\frac{1}{4}$ 倍になる」ということを考察するなど、他領域の学習と関連付けながら状況を整理し、解決させるような授業展開を取り入れる。

4 一次関数の授業（中学校第2学年）

日常生活における事象を解決したり説明したりすることは、関数を活用することのよさを実感することにつながる。以下に、その授業例を示す。

(1) 主題 一次関数（単元の終末場面）

(2) 目標

ア 携帯電話料金に関する三つのプランを比較、検討する中で、時間と料金の関数関係を見だし、日常生活において、進んで一次関数を活用しようとすることができる。

イ 三つの携帯電話料金プランから、自分の勧めるプランを表、式、グラフを用いて説明することができる。

ウ 表、式、グラフを用いて時間と料金


の関係を表すことができる。

エ 表、式、グラフのそれぞれのよさを関連させながら解決することの特徴やよさを述べることができる。

(3) 学習課題

花子さんのおばあさんは、KYC社の携帯電話に加入しようとしています。そこで、携帯電話会社の人から次のような3つのプランを勧められました。

Aプラン	・・・	1か月の基本料金4,600円 1分当たりでは、30円の通話料
Bプラン	・・・	1か月の基本料金3,600円 1分当たりでは、60円の通話料
Cプラン	・・・	1か月の基本料金4,100円 (900円分の無料通話料含む) 1分当たりでは、60円の通話料



しかし、おばあさんは、どのプランに加入したらいいか迷っています。花子さんは、おばあさんにどのように助言したらいいですか。

(4) 授業改善のポイント

ア 既習事項を基にした解決の見通し

解決のために使えるような考えや既習事項を生徒に気付かせる発問をすることで、解決の見通しをもたせる。

イ グループ編成の工夫

個人で解決させた後、解決方法（表、式、グラフ）が同じである者同士でグループを編成し意見交換を行わせ、グループとしての解決方法を確認させる。次に、解決方法が異なる者同士でグループを再編成し、表、式、グラフを相互に関連付けながら解決させていく。このことにより、表、式、グラフの特徴やよさを確認しながら活発に話し合うことが期待される。

ウ 解決内容の論述

具体的に、どのプランを勧めるかを下記のように文章化させ発表させる。

「通話時間によってお勧めするプランは違います。もし、1か月に通話時間が8分20秒までだったらBプラン、46分40秒までだったらCプラン、それ以上だったらAプランを勧めます。」

このように携帯電話を購入する際の提案という形をとることで関数のよさを生徒に実感させていく。

(5) 本時の実際

生徒の活動・反応例	時間	形態	指導上の留意点																																																				
1 教師の話聞き、場面と状況を把握する。 2 学習課題を把握する。 ・ 解決していくための方法を各自で考えさせる。 (P3「(4)授業改善のポイント ア」) <生徒の予想される表現例> ・ 一次関数の考えが使える。 ・ 表を使ってみよう。 ・ グラフで表してみよう。 ・ 式で解決してみよう。	5分 10分	全体 個	1 学習課題を理解させ本時の学習への意欲を喚起させる。 ・ 通話料金は連続量として捉えることを確認する。 2 教師側から解決方法を示すのではなく、生徒側から解決のための見通しを出させる。																																																				
3 学習課題に各自で取り組む。 <生徒の予想される表現例> (表による追究) <table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr><td></td><td>0分</td><td>1分</td><td>2分</td><td>...</td></tr> <tr><td>Aプラン</td><td>4600円</td><td>4630円</td><td>4660円</td><td>...</td></tr> <tr><td>Bプラン</td><td>3600円</td><td>3660円</td><td>3720円</td><td>...</td></tr> <tr><td>Cプラン</td><td>4100円</td><td>4100円</td><td>4100円</td><td>...</td></tr> </table> <table border="1" style="display: inline-table;"> <tr><td></td><td>0分</td><td>10分</td><td>20分</td><td>30分</td><td>40分</td><td>50分</td><td>...</td></tr> <tr><td>Aプラン</td><td>4600円</td><td>4900円</td><td>5200円</td><td>5500円</td><td>5800円</td><td>6100円</td><td>...</td></tr> <tr><td>Bプラン</td><td>3600円</td><td>4200円</td><td>4800円</td><td>5400円</td><td>6000円</td><td>6600円</td><td>...</td></tr> <tr><td>Cプラン</td><td>4100円</td><td>4100円</td><td>4400円</td><td>5000円</td><td>5600円</td><td>6200円</td><td>...</td></tr> </table> ・ 左の表のように最初の部分だけを取り出して表に表すと、Aプランが一番高そう、Bプランが一番安そうである。 ・ 右の表では最初は高い順にA、C、Bであるが途中から、A、B、Cとなっている。 ・ Aでは、30円ずつ、Bでは60円ずつ増えていくので、いつかは料金が逆転する。 (式による追究) ・ Aプラン： $y = 4600 + 30x$ ・ Bプラン： $y = 3600 + 60x$ ・ Cプラン： $y = 4100, y = 3200 + 60x$ (その他の状況) ・ グラフと式を同時に使ってみよう。 ・ どのように解決していったらいいかわからない。 (グラフによる追究)		0分	1分	2分	...	Aプラン	4600円	4630円	4660円	...	Bプラン	3600円	3660円	3720円	...	Cプラン	4100円	4100円	4100円	...		0分	10分	20分	30分	40分	50分	...	Aプラン	4600円	4900円	5200円	5500円	5800円	6100円	...	Bプラン	3600円	4200円	4800円	5400円	6000円	6600円	...	Cプラン	4100円	4100円	4400円	5000円	5600円	6200円	...			
	0分	1分	2分	...																																																			
Aプラン	4600円	4630円	4660円	...																																																			
Bプラン	3600円	3660円	3720円	...																																																			
Cプラン	4100円	4100円	4100円	...																																																			
	0分	10分	20分	30分	40分	50分	...																																																
Aプラン	4600円	4900円	5200円	5500円	5800円	6100円	...																																																
Bプラン	3600円	4200円	4800円	5400円	6000円	6600円	...																																																
Cプラン	4100円	4100円	4400円	5000円	5600円	6200円	...																																																
4 解決方法が同じ者同士によるグループを編成し、課題を追究していく。 (P3「(4)授業改善のポイント イ」) <教師の関わり方> ・ 表の刻みについては、10分、20分というように目盛を大きくすることで大まかな状況が把握できることを指導する。 ・ Cプランのグラフのかき方について指導を行う。(900円分の無料通話料の部分) ・ Cプランの式のつくり方について補足する。(15分までは、 $y = 4100$)	10分	グループ	3 自分の考えを明確にさせ、疑問点を分かち合い意見交換させていくために、表・式・グラフ・その他といった各自の解決方法に基づくグループを編成させる。 ・ グラフを使った方法では正確に求めることができないという意見を取り上げ、解決の焦点化を図る。																																																				
5 通話時間によってどのプランがいいか考えさせる。 6 解決方法の異なる者同士で考える。 (P3「(4)授業改善のポイント イ」) <教師の関わり方> ・ 料金が入替わる時間を視覚的に捉えさせるためには、グラフが便利であることに気付かせる。 ・ 交点の求め方がわからないグループに対しては、グラフ上の点と式との関係を想起させ、連立方程式を解くことで、交点の座標を求められることを確認させる。 ・ 解決し終わったグループには、表、式、グラフの特徴や関連を図ることのよさについても、意見交換させる。	8分 5分	全体 グループ	4 表だけ、グラフだけ、式だけでは解決できない場合があることに気付かせる。 5 グループの再編成を行い、表、式、グラフを相互に関連させながら解決するよう指示する。																																																				
7 助言を書き、発表する。 (P3「(4)授業改善のポイント ウ」) <生徒の予想される表現例> 1か月に通話時間が8分20秒までだったらBプラン、46分40秒までだったらCプラン、それ以上の時間だったらAプランを勧めます。	5分	全体	6 おばあさんへの助言ということで各自に書かせてから発表させる。																																																				
8 この時間に学習したことを基に一次関数の式やグラフ・表について振り返り、一次関数のよさを実感する。 (P3「(4)授業改善のポイント ウ」)	5分	全体	7 グラフや表、式を使って身の回りの課題を解決することのよさを振り返らせる。 ・ 課題解決に向けて、相互に語り合いながら数学的な表現方法を用いて解決できたことのよさを確認させる。																																																				
9 本時のまとめをする。	2分	全体	8 関数の有用性を確認する。																																																				

関数指導では、事象を動的に捉えて予想したり、計算をしたりと学習内容は多岐に渡りますが、関数を使いこなせるようになったときの喜びは大きい。各種調査問題等を基に課題を工夫し、表、式、グラフを関連付けながら課題を解決させる活動を展開しながら関数の有用性を実感させるような授業を展開していく

ことで、関数を自ら活用して考えたり判断したりしようとする生徒を育成していきたい。

—参考文献—

- 文部科学省「中学校学習指導要領解説数学編」平成20年、教育出版
- 「平成25年度鹿児島県学習定着度調査報告書」平成26年、鹿児島県教育委員会
- 平成26年度鹿児島県公立高等学校入学者選抜学力検査の概要 (教科教育研修課)