

指導資料

 鹿兒島県総合教育センター

数学 第141号

- 中学校，特別支援学校対象 -
平成27年4月発行

「数学的な見方や考え方」の育成を目指して

本県で実施されている鹿兒島学習定着度調査（数学科）結果から、「思考・表現」に関する問題の平均通過率が、「基礎・基本」に関する問題の平均通過率より低く、大きな課題がある。

そこで、本稿では、数学科において「思考・判断・表現」を評価し、見取るための観点である「数学的な見方や考え方」を育成するための学習指導法改善の方向性（具体的な学習場面等）について述べる。

1 数学的な見方や考え方を育成する上での課題

学校教育法及び学習指導要領総則では、学力の三つの要素が示された。そのことを受け、中学校数学科の評価の観点は、観点名が変更されたものもあったが、従来の四観点の枠組みで構成された。その中でも、数学的な見方や考え方の評価の観点は、観点名の変更はないが、その趣旨に「考察し表現する」という文言が明記された。学習において、思考し、判断したことを、表現する活動を通して評価していくことを重視していると言える。

しかし、現状をみると上記にも示したように数学的な見方や考え方を育成することは容易なことではない。

その背景として、教師自身が、数学的な見方や考え方のよさを授業の中で十分生か

しきれていないため、生徒への指導が不十分であることが考えられる。

2 数学的な見方や考え方のよさを実感させる学習場面

生徒が、数学的な見方や考え方を身に付けたり、そのよさを実感したりする場面には、次の二つがある。

A：「数学を構成することを通して形成されていく」

B：「問題を解決する際に数学的に捉え数学を基に考えることを通して形成されていく」

中学校の数学指導では、そのどちらも踏まえるべきことであり、生徒が学習する際には、そのような学習場面を意図的・計画的に設定する必要がある。

以下、上述したA，Bを踏まえ、数学的な見方や考え方のよさを実感させる学習場面をどう構想し、実践していくかについて述べる。

(1) 数学を活用することのよさを実感させる学習場面

数学的な見方や考え方を身に付け、そのよさを実感する学習として、教師が日常の身近な事象から題材を取り上げ、数学的な表現方法を用いて解決方法を考えさせる学習場面が有効である。

日常事象を数理化し、必要事項を抽出

出すことにより，式に表現させたり，コンピュータ等を用いるなどして，シミュレーションを行い，視覚的な表現を工夫させたりすることも，数学的な見方や考え方のよさを実感させる一つの方法である。

例えば，問題1のようにカレンダーという身近にあるものを題材として取り上げ，その中に潜む数の決まりについて考えさせ，数理化することは生徒にとって有効な手立てである。

B：【カレンダーを利用した問題】

(第3学年)

ある月のカレンダー						問題1
日	月	火	水	木	金	土
		1	2	3	4 ^ア	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17 ^イ	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30			

アのように横に並んだ3数の和が3の倍数であることを説明させていく場面では，真ん中の数を n とおくことで，その前の数は $(n - 1)$ ，その後ろの数は $(n + 1)$ と式で表される。横に並んだ3数の和を求めると，

$$(n - 1) + n + (n + 1) = 3n$$

となり，3の倍数であることに気付く。

さらに，このような数の決まりを参考にして，「この 2×2 の方形で囲まれた数の和には，どんな関係があるのだろうか」，「カレンダーの中には，他にどんな決まりがあるだろうか」などの発問をすることで，カレンダーに記された数に興味・関心を抱き，生徒は，これらを数学の対象として捉えられるようになる。そして，その中に潜む数の決まりを数理

化できる部分に気付かせるような指導を通して，数学的な見方や考え方のよさを知るきっかけとなり，数学を学ぶことの楽しさや意義を実感できるようになる。

例えば，

この 2×2 の方形で囲まれた4数を取り出し，左上の数を m とおくと

4数は， $m, m + 1, m + 7, m + 8$ となる。

全ての数を加えたら，

$$m + (m + 1) + (m + 7) + (m + 8)$$

$$= 4m + 16$$

$$= 4(m + 4)$$

となり，4の倍数であることに気付く。

また，生徒によっては，

この 2×2 の方形で囲まれた4数を取り出し，対角線同士にある数を加えたら，

$$m + (m + 8) = 2m + 8$$

$$(m + 1) + (m + 7) = 2m + 8$$

となり，対角線同士の数の和は，どんな場合にも一致することに気付く。

このように，自分の考えを生かしながら説明し伝え合う活動を設定することで，生徒に文字を活用し，数学的な性質を簡単に表すことができるよさを実感させるとともに，カレンダーに潜む数の決まりを見付け，数学を活用するよさにも気付かせることができる。

(2) 事象をまとめ，一般化して考えさせる学習場面

数学の学習では，学習した事象をまとめ，一般化することがあるが，中学校では，以下の点を意識しながら数学のよさを実感させたい。

例えば，二次方程式の学習において，解の公式を導き出したり，それを活用したりすることがある。しかし，それだけでなく，解の公式が存在するということや，他に因数分解や平方完成による解法

もあるが解の公式の活用という一つの方法で全ての二次方程式を解決することができることなど、生徒に公式のもつ意味とそれを活用することのよさに気付かせるようにすることも必要である。さらに、一次方程式の解の性質について考えさせてみることにより、解の存在や意味・有用性について考察させたり、他の次数の方程式についてどうだろうかといった考えを引き出させたりすることもできる。

同様に、問題2のように図形領域においても、図形の性質を考える際、個々の図形について検討することを通して、帰納的に考察した後、一般化し、定理としてまとめ上げておくことに着目させることができる。

A：【円周角の定理についての問題】

(第3学年)

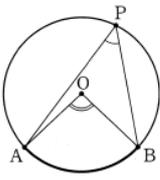
右図のような円周角を生徒自身にかかせる。

APB= AOBの関係について分度器などを活用して調べさせる。

各自が調べた値を発表させ、その結果を基に帰納的に考察させる。

円周角と中心角の関係に気付かせ、その関係を一般化し、定理としてまとめる。

問題2



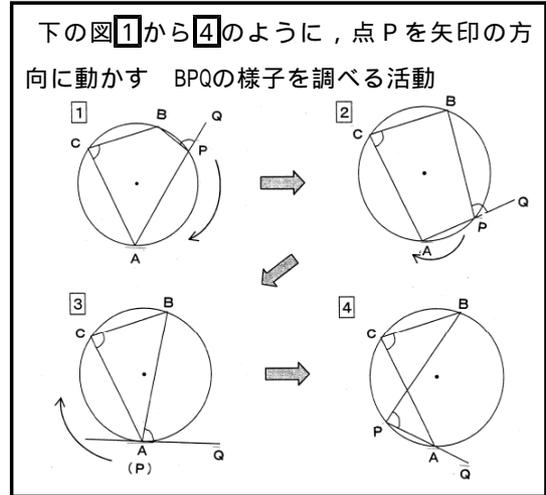
このように、事象における共通点を見つけ抽象化することによって、一見違って見える事象がまとめられることも数学のよさである。

図形領域においては、円周角の定理、発展的な内容である円に内接する四角形の性質及び円の接線と弦ではさむ角の定理を個々の図形の性質として学ぶ場合が多い。

円周角の定理や円に内接する四角形の性質を学習した後、円周上で角を移動さ

せる操作活動を取り入れることで別々の定理として捉えるのではなく、関連付けて考えることができる。

- ①, ②：円に内接する四角形の性質
- ③：円の接線と弦ではさむ角の定理
- ④：円周角の定理



また、単元末での学習で①～④の図を見比べて考察することで、どの場合も

$ACB = BPQ$ となることに気付く。点Pを矢印の方向に動かしながら、角に着目させることで気付きを促すことにつながる。日頃の授業では、それぞれ別の性質として学習していることが関連付けられるような場面を設定し、互いの考えを根拠を明らかにし筋道立てて説明し伝え合う活動を取り入れることで、活動の楽しさや数学のよさを実感することができる。

(3) 多様な見方や創造性、アイデアを生かす学習場面

問題や事象に対して多様な見方をすることも、数学的な見方や考え方のよさを実感させるために必要なことである。すなわち、異なった状況における数量関係を抽出した際に視点を変えることにより、同じものに分類されると見なすことができる場合がある。

また、与えられた条件を変えることにより、いろいろな場合を検討して帰納的

に結論を導いたり、問題を創造したりすることができ、自ら思考し数学を創造していくことを直接体験でき、数学の楽しさを味わい、数学のよさを実感することができる。

例えば、問題3のように、数の体系において、減法が全ての場合に可能になるように負の数まで拡張したり、さらに、問題4のように、二次方程式が解をもつように平方根への拡張を行ったりするなどといったことは、創造的な学習を通じた数学的な考え方のよさを実感するよい場面である。

B：【正の数、負の数の問題】（第1学年）

問題3

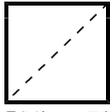
温度計の示す気温について考える問題
海面の高さを基準にして山の高さや海の深さについて考える問題

実際の日常事象を学習問題に取り上げ、これまで数で表すことができなかったものが、数の範囲を拡張することで、思考の対象となることを実感する学習内容である。第1学年の学習では、数の範囲を拡張し、正の数と負の数の意味を理解できるようにすることが大切である。

B：【平方根の問題】（第3学年）

問題4

1辺の長さが1mである正方形の対角線の長さを考えさせる問題

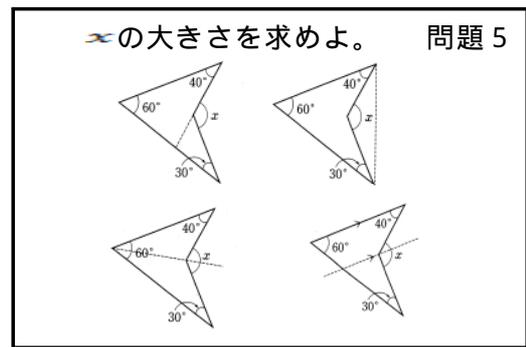


1辺の長さが1mの正方形

上記の問題である正方形の対角線の長さのようにこれまでの数では、表すことのできない量が存在していることに気付かせる。実際に定規を使って図ったり、方眼紙上で正方形の対角線を動かしたりして長さを求めさせる。この活動から対角線の長さを表すためには、新しい数が必要になることに気付かせる。また、数を2乗することの逆演算を考える場面で、有理数では表すことのできない数が存在することを理解させることが必要になる。このような学習を通して、平方根の必要性を理解できるようにすることが大切である。

また、図形領域において与えられた条件を満たす図形をどのようにかくか、どのように補助線を作図するかなどのアイデアが、問題を解決するために重要になることもあるといった面も数学的な特徴である。

A：【ブーメラン形の図形で、 x の大きさを求める問題】（第2学年）



問題5のように、補助線の作図によって、根拠となる図形の性質は異なる。

ここでは、

三角形の角の性質

平行線と同位角・錯角の性質

生徒は、既習内容である二つの性質を基に、自分なりの見通しをもってアイデアを出しながら、補助線を引くことに気付く、課題を解決していく。それぞれのアイデアを生かすとともに、共通点や相違点を比べながら、相互の考えを比較検討する活動を充実させることが、数学的な見方や考え方のよさを気付かせる機会にもなる。

生徒の実態や発達の段階を踏まえ、数学的な見方や考え方のよさを実感させる学習場面を意図的に設定しながら、数学的な思考力・表現力を高める実践を期待したい。

- 引用・参考文献 -

指導資料通巻1761号「『数学的な見方や考え方』の育成を目指した中学校数学科学習指導法の工夫」

文部科学省『中学校学習指導要領解説数学編』平成20年、教育出版

文部省「指導計画と学習指導の工夫」平成3年、教育出版

鹿児島県教育委員会「鹿児島学習定着度調査結果報告書」平成25年度

（教職研修課）