指導資料	数　学　第145号	
鹿児島県総合教育センター 平成28年10月発行	対象校種	幼稚園　小学校　中学校 高等学校　特別支援学校

高等学校数学科における「生徒にとって解決する必要性のある」課題設定の工夫

数学的活動を行うに当たっては，生徒自ら課題を見いだし，これを解決しようとする主体性を育むことが重要である。そこで，「一人一人の生徒にとって解決する必要性のある」課題をどのように設定すればよいか，その工夫について紹介する。

1　はじめに

高等学校数学科の目標にある，「数学的活動を通して」という文言は，小学校及び中学校と合わせて文頭に置かれており，目標全体に関わらせることで，数学科各科目で数学的活動を重視することを表している。数学的活動とは，数学学習に関わる目的意識をもった主体的な活動であり，高等学校では特に次の活動を重視している。

- 自ら課題を見いだし，解決するための構想を立て，考察・処理し，その過程を振り返って得られた結果の意義を考えたり，それを発展させたりすること。
- 学習した内容を生活と関連付け，具体的な事象の考察に活用すること。
- 自らの考えを数学的に表現し根拠を明らかにして説明したり，議論したりすること。

（「高等学校学習指導要領解説　数学編　理数編」p. 16 から引用）

この中の「自ら課題を見いだし」については，「指導上配慮すべき事項」において，「一人一人の生徒にとって解決する必要性のある」課題であることとされている。

しかし，現状においては，教科書に記されている「定理・公式の証明→例題→演習」という流れに沿って，生徒一人一人が「課題を解決したい」と感じることなく，いきなりグループ活動に取り組ませてしまったり，クラス全体で指導したりする授業が行われることがある。これは，「学習へのレディネス」が成立していない状態での学習であり，とても「深い学び」までは期待できない。「深い学び」とは，中教審初等中等教育分科会教育課程部会が，いわゆる「アクティブ・ラーニング」の視点として，「主体的な学び」，「対話的な学び」とともに提言しているものである。

これからの数学教育においては数学的活動を通して課題を解決する学習を，主体的・対話的で深い学びにしていく必要がある。本稿では，生徒が自ら課題を見いだし，それを解決したいという学習への関心・意欲を喚起するような「必要性のある」課題設定の工夫の例を紹介する。

２　「生徒にとって解決する必要性のある」課題設定の工夫

(1)　定理・公式について

国立教育政策研究所教育課程研究センターの「特定の課題に関する調査（論理的な思考）調査結果」によると，論理的な思考について，従来の「公式→理解→計算」という順序での学習に対し，時間があれば「計算→観察→公式の再発見」という順序の学習も数学の楽しさを感じさせる流れであるとしている。

例えば，正弦定理の学習では∠Ａが鋭角，直角，鈍角の場合分けをして公式を証明し，公式の有用性を理解させた後に計算を行い，習熟させるというのが一般的である。これに対し，次のような課題の提示に始まる授業展開が考えられる。

《問題》直径が20cm の円に内接する三角形 ABC を描き，３つの辺の長さと，３つの角の正弦の値をそれぞれ求め，これらの値から，どのような規則が言えるだろうか。

生徒の状況に応じて，次のような表を提示してもよいだろう。

a=	b=	c=
∠Ａ=	∠Ｂ=	∠Ｃ=
$\sin A$ =	$\sin B$ =	$\sin C$ =

発見した規則について，ペアやグループで確認した後，発表し，その後クラス全員でどの三角形についても成り立つか，発見した規則を検討する時間をとる。この時点で，正弦定理という規則が成り立つことを，クラス全員が「対話的な学び」を通して「深い学び」として受け止めることになる。その後，教師による正弦定理の証明によって定理を再発見させる。

課題の提示に始まる，上述した手順を踏む必要性については，時間的な制約を理由に疑問を感じるかもしれない。しかし，発見や有用性を主体的に実感しない定理・公式に，学びの楽しさや，先人たちの努力に対する敬意を感じるだろうか。解決したいと感じさせる課題の設定が，結果的には習熟する時間の短縮につながると考える。

(2)　学習課題の設定について

教科書の例題を基にした授業展開では，１単位時間における目標の提示がなされず，課題解決に対して主体的な取組ができない生徒の姿も見られる。そこで，課題設定として次のような視点が考えられる。

教師の視点	生徒の反応例
生徒の疑問や矛盾を引き出せるもの	なぜかな。おかしいぞ。
生徒に適度な困難さを感じさせるもの	これは難しそうだ。
生徒の多様な考えが引き出せるもの	いろいろな方法がありそうだ。
生徒の興味・関心を引き出せるもの	面白そうだ，やってみよう。
生徒の能力，既習事項を考慮したもの	これまで学習したことが使えそうだ。
操作などの活動を通して解決できるもの	活動しながら考えを広げたり深めたりできそうだ。
解決の見通しをもたせられるもの	このことを解決していけばいいな。
解決の成就感や達成感をもたせられるもの	分かったぞ。やっとできたぞ。

（例１）〔生徒の疑問や矛盾を引き出せる課題，多様な考えが引き出せる課題〕

x^4+x^2+1 を因数分解すると $(x^2+x+1)(x^2-x+1)$ となる。 どうすればこのようになるのだろうか。

この課題は，x^4+x^2-2 の因数分解を学習した後に，複２次式の新たな解決について学習する際に提示するものである。多くの場合，x^4+1 に注目させ，$(x^2+1)^2$ を作る方法を形式的に教えてしまいがちである。しかし，様々な資質・能力が育成される上で「疑問や問いの発生」が不可欠であることを鑑みると，結果を先に示して，その過程を考えさせる課題の示し方は極めて有効である。生徒は，x^4+x^2-2 の因数分解と同様の考えで解こうとするが，うまくいかないことに気付き，疑問を感じる。生徒が解決の必要性を感じる瞬間であり，その後グループで解決に挑むと，次のような幅広い見方や考え方の表出が想定される。

（生徒の思考の例） ・ $(x^2+ax+1)(x^2+bx+1)$ と因数分解できるはずだから，展開して a と b を決めればよい（$(x^2+ax-1)(x^2+bx-1)$ もあるとの意見が期待される。）。 ・ $(x^2+ax+b)(x^2+cx+d)$ と因数分解できるはずだから，a，b，c，d を決めればよい（これは，解けそうだけど複雑に感じるとの意見が想定される。）。 ・ 展開を戻すのが因数分解だから，展開式の工夫で，(x^2+1) を一つにまとめたらよい。

個人で思考した結果を基に，「最も数学的なよさを感じられる考え方はどれだろうか。」という視点で，「対話的な学び」を展開すれば，グループ内で思考を練り上げることを通して「数学的な見方や考え方」が高まり，「深い学び」につながると考えられる。何より，(x^2+1) を一つにまとめるという見方に気付いた生徒にとって，この経験は二度と忘れられないものとなり，将来に結び付く自信にもつながるだろう。

（例２）〔解決の成就感や成功感をもたせられる課題〕

（ $y=ax^2+q$ や $y=a(x-p)^2$ のグラフのかき方は未習の状態で） $y=a(x-p)^2+q$ のグラフは，どうすればすぐにかけるのだろうか。

この課題は，中学校で学習した，２乗に比例する関数 $y=x^2$ のグラフを基にしている。中学校では，表を用いて x，y の値を求め，グラフ上に点を結んで曲線にしていく。この問題でも同様に，表からグラフ上に点をとり，曲線をかかせる。

$y=(x-1)^2+1$，$y=(x-1)^2+2$，
$y=(x-1)^2-1$，$y=(x-2)^2+1$，
$y=(x-2)^2+2$，$y=(x-2)^2-1$

の六つの式を提示し，それぞれの表とグラフをかく。その際，１人で六つ全てをかくのではなく，グループ内で分担するとよい。六つのグラフを比較させることにより，グラフの形状や位置と関数の式の間にどのような法則があるかを生徒に発見させる。気付いた法則を発表させ，それがなぜ成り立つかを考えさせる。そ

の際，$(x-p)$の部分の役割や，$+q$の部分の計算における役割を議論させる。各グループに，議論した内容を含めて発見した法則を発表させ，教師はそれを基に，学習を深めていく。

中学校での学習とのつながりを実感しつつ，新たに $y=a(x-p)^2+q$ のグラフをかく方法を見付けることで，協働的に解決する成就感や成功感から，その意義を感じるとともに，将来にわたって協働的に粘り強く解決に取り組む態度を育成することができる。

（例３）〔既習事項を考慮した課題〕

漸化式　$a_{n+1}=3a_n-2$ の一般項を求める際に，特性方程式 $\alpha=3\alpha-2$ の解 $\alpha=1$ を用いて， $a_{n+1}-1=3(a_n-1)$ と変形するのはなぜか。

この課題は，特性方程式を用いた漸化式の変形に，ある程度習熟した段階で提示するものである。生徒によっては，「異なる項である a_n と a_{n+1} が同じ値である α に置き換えられるのはなぜか。」という疑問を抱いたり，違うタイプの漸化式であっても，同様に α で置き換えるなど，形式的に特性方程式を利用したりする者もいる。「特性方程式はどのようにして得られるのか」を考えさせる課題であり，生徒にとっては，解決の見通しをもって取り組める課題である。

実際の授業では，個人で解決させたあと，ペアで確認させ，その後グループでその理由について考えさせるとよい。グループによっては短時間で解決することも考えられるので，更に漸化式の特性方程式について理解を深めるため，

$$a_{n+1}=pa_n+f(n)\ \ (f(n)\text{は一次式})$$

の特性方程式や，隣接三項間漸化式

$$pa_{n+2}+qa_{n+1}+ra_n=0$$

の特性方程式，分数形漸化式

$$a_{n+1}=\frac{ra_n+s}{pa_n+q}$$

の特性方程式についても考えさせるとよい。いずれにせよ，既に習熟した状態で扱うことが望まれ，生徒が解決の見通しをもちながら主体的に解決に取り組むことが大事である。

３　おわりに

高等学校における数学科の授業の多くは，課題を解決する力を付けることではなく，個別の問題を解かせることに意識が向きがちである。そのような授業ばかりでは，３年間を通じて育成できるはずの資質・能力を，きちんと育成しきれないのではないか。各学校においては，生徒が解決したいと思うような学習課題を工夫し，課題解決的な学習を主体的・協働的に展開するとともに，深い学びにすることで，数学科で身に付けさせるべき資質・能力の育成を図るよう努めたい。

―参考文献―
○　文部科学省『高等学校学習指導要領解説　数学編　理数編』平成21年
○　文部科学省『次期学習指導要領に向けたこれまでの審議のまとめ』平成28年
○　国立教育政策研究所『特定の課題に関する調査（論理的な思考）調査結果』平成25年

（教科教育研修課）