

# 指導資料

# 数 学 第150号

 鹿児島県総合教育センター  
平成31年4月発行

対象	中学校 義務教育学校
校種	特別支援学校

## 教師の問題設定力の向上のために —What if not? の方略を活用した問題づくり—

生徒に確かな学力を身に付けさせるためには、教師が学習課題を工夫したり、発展問題や評価問題などを作成したりすることが大切である。これらの問題を設定していく力を向上させるためのポイントについて述べる。

数学は、高度情報化社会における科学技術の発展の源であり、社会や科学の発展のために無限の活躍の場を与えられると考えられる。しかしながら、これからAIの発展や高度情報化は、今以上に加速度的に進んでいくことが予想され、生徒たちにとっては、2021年度から中学校で全面実施される新学習指導要領で、「何を学ぶか」だけではなく、「どのように学ぶか」、「何ができるようになるか」が求められている。

そのため、今までの「何を学ぶか」という内容（コンテンツ）重視から、「何ができるようになるか」という資質・能力（コンピテンシー）重視の教育が求められ、そのために、「どのように学ぶか」という主体的・対話的で深い学びの視点での授業改善が求められるということである。ここで、注目したいのは、「何ができるようになるか」については、新学習指導要領で次の三つの柱に整理されたことである。

- 知識及び技能
- 思考力、判断力、表現力等
- 学びに向かう力、人間性等

このように整理されたことによって、育成したい生徒の姿が明確になるだけでなく、数学の本質と向き合い、「今日の授業は何のためにするのか」、「学んだことに価値があるのか」と教師の専門性を発揮することが求められる。数学の教師にとって、よりよい授業を求めたり、理想とする生徒像の実現に向かったりすることは生きがいであり、数学という教科に関わることができる喜びである。

この「何ができるようになるか」（コンピテンシー）が重視され、特に「知識及び技能」、「思考力、判断力、表現力等」を育成するときに必要となるのが、授業の要である学習課題や解決した後の発展問題、授業を通して何が変わったか見取る評価問題の設定の工夫である。このときに教師にとって大切になるのが、学習課題や発展問題、評価問題などを設定する力（以下「問題設定力」という。）であると考えられる。

本指導資料では、教師の問題設定力を高めるための方法として「What if not?（もし、～でないならば）」の方略を活用した問題設定の在り方について具体例を挙げて述べていくことにする。

## 1 「What if not?」の方略を活用した問題設定の在り方

「What if not?」については、1980年頃にアメリカの数学教育学者であるブラウン (S. I. Brown) とワルター (M. I. Walter) によって提唱された問題を設定していく方略である。ブラウンらは、問題設定の利点として、標準的な題材を一層深く理解することや見直すこと、題材から新しいアイデアを創り出すことにつながることを述べている。本稿では、「What if not?」の方略を用いて、次の5段階に分けて、問題を設定していくことについて述べたい。

- 【第1段階】 原問題の選択
- 【第2段階】 属性リストの作成
- 【第3段階】 「What if not?」の視点での吟味
- 【第4段階】 問題設定
- 【第5段階】 問題分析

### (1) 【第1段階】 原問題の選択

原問題の選択とは、これから身に付けさせたいことについて、基になる問題を選択することである。原問題を選択する際に大切なことは、例えば、「文字を用いて説明することが課題であるので、学習課題の設定を工夫したい」、「社会の事象を取り上げた文章問題に対して苦手意識をもっている生徒が多いので、家庭学習用の問題を設定したい」など、生徒に身に付けさせたいことは何かを教師が明確にして原問題を選択することである。

第1段階から第5段階まで、簡単な原問題を例を挙げて、どのように問題設定をしていくかについて説明する。

【第1段階】 原問題の選択 (例)  
連続した奇数の和が4の倍数になることを説明しなさい。

### (2) 【第2段階】 属性リストの作成

原問題を選択したら、次は、問題を構成する要素 (以下「属性」という。) を見いだしていく (属性リストの作成)。問題の属性を見いだすことは、問題を深く分析することであり、できるだけ多くの属性を見いだすことが、問題設定力の向上につながる。

【第1段階】 「連続した奇数の和が4の倍数になることを説明しなさい。」

属性を見いだす

### 【第2段階】

属性1 : 連続した奇数である。  
属性2 : たし算である。  
属性3 : 和は、4の倍数である。 } 属性リスト

### (3) 【第3段階】 「What if not?」の視点での吟味

属性リストを作成したら、次は、「What if not?」 (もし~でないならば) の視点で、問題の変更を吟味していく。最終的な問題設定は、第4段階になるので、ここでは、できるだけ属性リストを多面的に分析し、どのように変更していくかを考えることが大切である。

### 【第2段階】

属性1 : 連続した奇数である。  
属性2 : たし算である。  
属性3 : 和は、4の倍数である。 } 属性リスト

「What if not?」

### 【第3段階】

「What if not?」の視点で問題の変更を吟味していく

属性1-1 : もし連続していなければ?  
属性1-2 : もし3つの連続した奇数ならば?  
属性1-3 : もし奇数が偶数ならば?  
属性1-4 : もし奇数が奇数の2乗ならば?  
属性2-1 : もし引き算ならば?  
属性2-2 : もしかけ算ならば?  
属性2-3 : もし割り算ならば?  
属性3-1 : もし答えが偶数になるならば?  
属性3-2 : もし答えがある数の倍数や定数になるならば?

#### (4) 【第4段階】問題設定

第3段階で、「What if not?」の視点で属性リストについての変更を考えたら、次は問題設定である。問題設定では、変更した属性をいくつか選択し、問題を設定していく。ここで、大切なことは、属性同士の関係を把握していくことである。

例えば、属性1-3と属性2-2を組み合わせれば、「連続した偶数の積が4の倍数になることを説明しなさい。」と設定できる。

しかし、属性1-1, 属性2-3, 属性3-2などを組み合わせると、「二つの奇数を割るとある数の倍数になることを説明しなさい。」となり、問題として成り立たない。属性同士の関係を把握し、問題の構造や本質を見抜いていくことが、問題設定の際の重要な鍵となる。

#### 【第3段階】

「What if not?」の視点で問題の変更を吟味していく

- 属性1-1：もし連続していなければ？
- 属性1-2：もし3つの連続した奇数ならば？
- 属性1-3：もし奇数が偶数ならば？
- 属性1-4：もし奇数が奇数の2乗ならば？
- 属性2-1：もし引き算ならば？
- 属性2-2：もしかけ算ならば？
- 属性2-3：もし割り算ならば？
- 属性3-1：もし答えが偶数になるならば？
- 属性3-2：もし答えがある数の倍数や定数になるならば？

#### 問題設定

#### 【第4段階】

(例1) 属性1-1, 属性2-1, 属性3-1の組合せ

「2つの奇数の差は、偶数になることを説明しなさい。」

(例2) 属性1-2, 属性3-2の組合せ

「3つの連続した奇数の和が3の倍数になることを説明しなさい。」

(例3) 属性1-4, 属性2-1, 属性3-2の組合せ

「連続した奇数の2乗の差が8の倍数になることを説明しなさい。」

#### (5) 【第5段階】問題分析

第4段階で、問題を設定したら、次は問題分析である。分析については、設定した問題が原問題を単に複雑にしているだけで、生徒にとって無理があったり、身に付けさせたい資質・能力が明確でなかったりする場合も考えられる。

そこで、問題分析する際には、例えば図のような視点で作成後の問題を分析すれば、生徒の資質・能力を育成し、教師の問題設定力も身に付くと考えられる。

- 状況設定(内容・表現・数値)に無理のない問題
- 生徒自身が解決に向けて追究する必要性を感じられる問題
- 指導のねらいである基礎的な概念や原理・法則を含んでいる問題
- 生徒の実態(既有経験, 知識)に即し, 解決の意欲を誘発する問題
- 解決の方向が多様性に富み, 「多様な数学的な見方や考え方」を内包する問題
- 解決したときの驚きや満足感, ねらいの必要性を感じさせることが期待できる問題

#### 図 問題を分析する視点

#### 【第4段階】

(例1) 属性1-1, 属性2-1, 属性3-1の組合せ

「2つの奇数の差は、偶数になることを説明しなさい。」

(例2) 属性1-2, 属性3-2の組合せ

「3つの連続した奇数の和が3の倍数になることを説明しなさい。」

(例3) 属性1-4, 属性2-1, 属性3-2の組合せ

「連続した奇数の2乗の差が8の倍数になることを説明しなさい。」

#### 問題分析

#### 【第5段階】

(例1), (例2)については、数についての新しい発見や満足感を感じさせる問題である。また、原問題と比較しても難易度が高くはなく、基礎的な概念や原理・法則を導き出すこともできる。

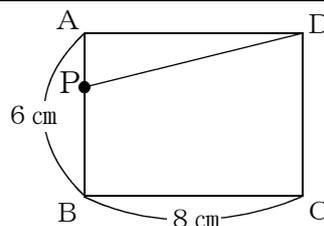
(例3)については、第3学年の内容になり、現段階では解けない問題である。原問題と関連付けて次年度で取り扱えば、統合的・発展的に考えさせることができる。

## 2 問題設定の実際

中学校第2学年「1次関数」から原問題を取り上げ、説明する。

### 【第1段階】原問題の選択

右の図は、 $AB = 6\text{ cm}$ 、 $BC = 8\text{ cm}$ の長方形である。点Pは、Aを出発して毎秒1cmの速さで、辺上をB、Cを通過してDまで動く。点PがAを出発してから $x$ 秒後の $\triangle APD$ の面積を $y\text{ cm}^2$ とする。点Pが辺AB、BC、CD上にあるとき、 $y$ を $x$ の式でそれぞれ表しなさい。



### 属性を見いだす

### 【第2段階】属性のリストアップ

- 属性1  $AB = 6\text{ cm}$ 、 $BC = 8\text{ cm}$ の長方形である。
- 属性2 点PはAを出発して辺上をB、Cを通過してDまで動く。
- 属性3 点Pは、毎秒1cmの速さで動く。
- 属性4 点PがAを出発してから $x$ 秒後の $\triangle APD$ の面積を $y\text{ cm}^2$ とする。
- 属性5 点Pが辺AB、BC、CD上にあるとき、 $y$ を $x$ の式でそれぞれ表す。

### 「What if not?」

### 【第3段階】「What if not?」の視点での吟味

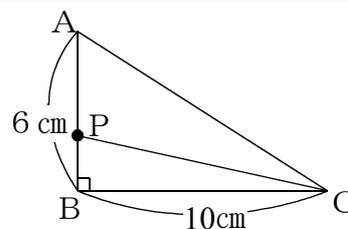
- 属性1-1 もし、 $AB = 6\text{ cm}$ 、 $BC = 8\text{ cm}$ でないならば？（長さを変更したらどうなるか）
- 属性1-2 もし長方形でないならば？（三角形、台形、平行四辺形、複合図形ならばどうなるか）
- 属性2-1 点Pだけが動くのでないならば？（点Pと点Qの2点が動けばどうなるか）
- 属性2-2 点PがAを出発して辺上をB、Cを通過してDまで動かないならば？  
（「出発点を変える。D、C、Bの順に動く。対角線を動く。」ならばどうなるか）
- 属性3 点Pは、毎秒1cmの速さで動かないならば？（速さを変えればどうなるか）
- 属性4  $\triangle APD$ の面積が $y\text{ cm}^2$ でないならば？（三角形PBC、四角形APCDならばどうなるか）

### 問題設定

属性1-1、属性1-2、属性4の組合せ

### 【第4段階】問題設定

右の図は、 $AB = 6\text{ cm}$ 、 $BC = 10\text{ cm}$ の直角三角形ABCである。点PはAを出発し、毎秒1cmの速さで、辺AB、辺BC上を通過して、Cまで動く。 $x$ 秒後の $\triangle APC$ の面積を $y\text{ cm}^2$ とするとき、点Pが辺AB、BC上にあるときの $y$ を $x$ の式でそれぞれ表しなさい。



### 問題分析

### 【第5段階】問題分析

形を変えただけで、状況設定自体には無理がない。辺も移動がAB、BC上のみなので、生徒の実態に応じて、原問題より先に取り組んでもよい問題である。

「What if not?」の方略を活用することによって、原問題から多くの問題を設定することができる。また、設定する問題については、原問題より難易度を下げたり、発展的にしたりすることが可能であることから、生徒の実態に応じて授業中や家庭学習での柔軟な活用へとつなげていきたい。

### —引用・参考文献—

- 文部科学省『中学校学習指導要領』平成29年3月
- 文部科学省『中学校学習指導要領解説 数学編』平成29年7月
- 文部科学省『幼稚園、小学校、中学校、高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善及び必要な方策等について（答申）』平成28年12月
- S. I. Brown/M. I. Walter著 平林一栄 監訳『いかにして問題をつくるか問題設定の技術』1990年東洋館出版

（教科教育研修課 溜 清弘）