

指導資料

数学 第153号

鹿児島県総合教育センター
令和元年10月発行

対象	中学校	義務教育学校
校種	高等学校	特別支援学校

これから求められる授業の在り方 数学編

— 数学的活動を通じた授業づくり —

高等学校入学者選抜における思考力を問う問題の分析結果と新しい時代に求められる資質・能力について述べる。加えて、生徒が卒業するまでに身に付けるべき資質・能力を育成するために、これまでの授業の在り方をどのように改善していくべきかについて、各学校や教師が考えるポイントについて述べる。

1 はじめに

日常生活の周りには数学的な事象（数学的に考えるヒント）があふれている。



2 数学的活動の取組に関わる配慮事項

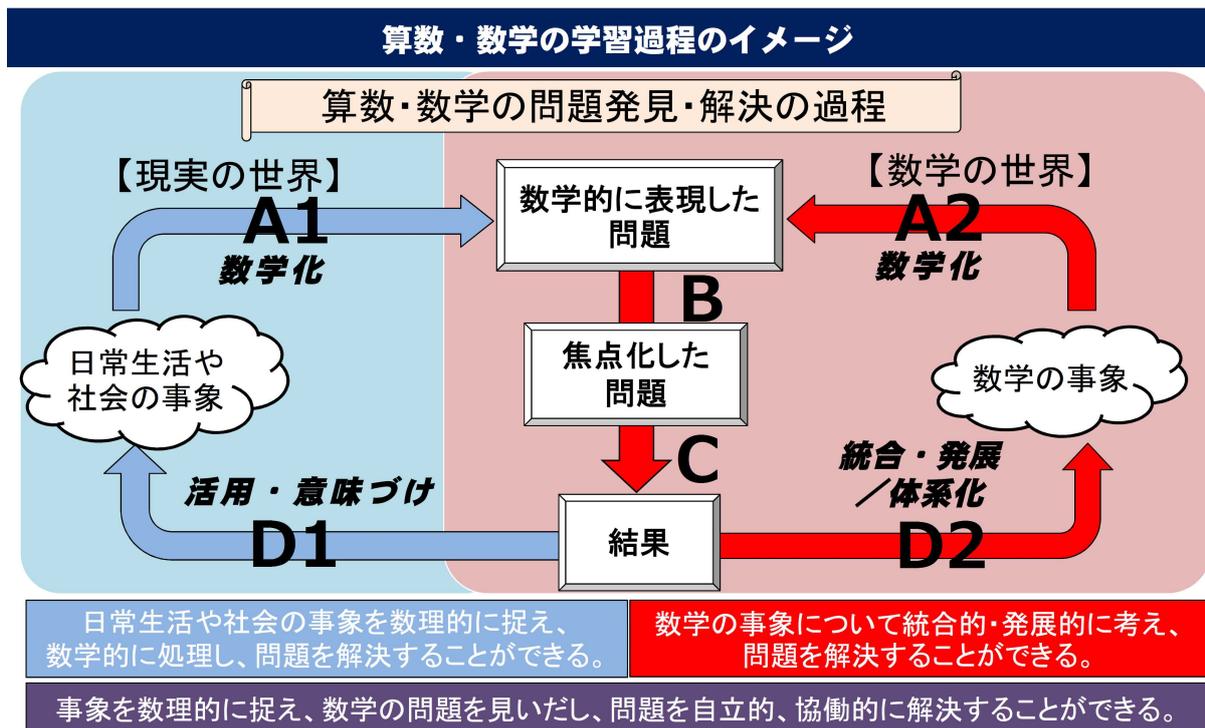


図1 算数・数学の学習過程のイメージ

出典：高等学校学習指導要領解説 数学編 理数編（平成30年）

図1の左側の【現実の世界】の部分を含む過程は、日常生活や社会の事象などを数理的に捉え、数学的に表現・処理し、問題を解決し、解決過程を振り返り得られた結果の意味を考察する過程である。日常の事象や社会の事象などを数理的に捉える過程を、この図1では「日常生活や社会の事象の数学化」としている。これは、現実世界の事象を考察する際に、目的に応じて必要な観点を持ち、その観点から事象を理想化したり抽象化したりして、事象を数量や図形及びそれらの関係などに着目して数学の舞台にのせて考察しようとすることである（A1）。数学的な見方・考え方を働かせ、事象を目的に応じて数学の舞台にのせたものが、図1の「数学的に表現した問題」である。そして、数学的に表現した問題をより特定したものに焦点化して（B）表現・処理し（C）、得られた結果を解釈したり、類似の事象にも活用したりして適用範囲を広げるのである（D1, D2）。

【問題例】「数列の漸化式」の学習内容

ある薬を8時間ごと、1日に3回、1錠ずつ服用するとする。また、1錠には薬の有効成分が50mg含まれており、服用して8時間後に有効成分の40%が残っているとす。このとき、この薬を飲み続けると有効成分の残量はどのように変化するか。

この問題に対して、 n 回目に薬を服用した直後の有効成分の残量を a_n mg とすると、

$$a_1 = 50, a_{n+1} = 0.4a_n + 50$$

という関係式（漸化式）が得られる。この式から、 $a_1, a_2, a_3 \dots$ を求め、結果をグラフに表せば変化の様子を捉えることができる。しかし、この数列の一般項を求めることができれば、例えば5日後の3回目に薬を服用した直後の有効成分の残量をすぐに求めることができる。そこから新たに「漸化式から一般項を求めるにはどうすればよいか」という問題（新たな問い）が派生する。このように問題を発展させながら新たな概念、知識や技能を学習していくのである。

3 学習指導案例

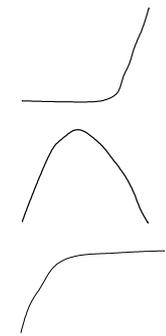
ある薬を8時間ごと、1日に3回、1錠ずつ服用するとする。また、1錠には薬の有効成分が50mg含まれており、服用して8時間後に有効成分の40%が残っているとする。このとき、この薬を飲み続けると有効成分の残量はどのように変化するか。

	生徒の学習活動	指導上の留意点
導入	<ul style="list-style-type: none"> 問題を把握する。 有効成分の残量について、1回目から3回目までを計算する。 	<ul style="list-style-type: none"> 「8時間ごと」、「服用して8時間後に有効成分の40%が残っている」、「有効成分の残量の変化」などの意味を正しく理解できているかを確認する。
展開	<p>課題1 n 回目に薬を服用した直後の有効成分の残量を a_n mg とするとき、a_{n+1} と a_n の関係式を求めよ。</p> <ul style="list-style-type: none"> a_1, a_2, a_3 の関係式から、漸化式 $a_1 = 50, a_{n+1} = 0.4a_n + 50$ を求める。 漸化式からわかる「有効成分の残量の変化」などの意味を説明し合う。 	<ul style="list-style-type: none"> a_1 の値を答えさせる。 a_1 と a_2, a_2 と a_3 の関係式を考えさせる。 問題文と漸化式を比較し、漸化式の有用性に気付かせる。
	<p>課題2 この薬を飲み続けると有効成分の残量はどのように変化するか。</p> <ul style="list-style-type: none"> 個人で考える。 ペアやグループで互いの考えを説明し合う（予想したグラフで説明する）。 漸化式で求めることは適さないと気付かせる、一般項を求めようとする。 $c = 0.4c + 50$ の解 $c = \frac{250}{3}$ を用いて漸化式を変形し、一般項 $a_n = -\frac{100}{3} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{n-1} + \frac{250}{3}$ を求める。 有効成分の残量は、$\frac{250}{3} = 83.33$ mg となること分かる。 	<ul style="list-style-type: none"> 漸化式をどう活用するかを考えさせる。 残量の変化を表すには何が有効かを考えさせる。 5日後の3回目の残量をすぐに求めるためにはどうすればよいか考えさせる。 n がどんどん大きくなるとどうなるか考えさせる。
	<p>課題3 有効成分の残量と服用する薬の有効成分にはどのような関係があるか。</p> <ul style="list-style-type: none"> 個人で考える。 ペアやグループで互いの考えを伝え合い、分かったことを共有する。 この問題のまとめをして、発展課題を作ってみる。 	<ul style="list-style-type: none"> 排出される成分の量を考えさせる。 考えた発展課題を互いに解かせる。
	<p>発展課題例</p> <ul style="list-style-type: none"> 10日間飲み終わって薬の服用をやめた後の有効成分の残量の変化はどうなるか。 4日目の3回分を飲み忘れてしまった。5日目の1回目を服用したときの有効成分の残量は、どうなるか。 	
終末	<ul style="list-style-type: none"> 本時の授業を振り返りながら「R80」を完成する。 	<ul style="list-style-type: none"> 「R80」（鹿児島県総合教育センター「指導資料 数学 第148号」を参照）を配布する。

エクセルで入力して計算させてもよい。

$$\begin{aligned}
 a_1 &= 50 \\
 a_2 &= 0.4 \times a_1 + 50 \\
 a_3 &= 0.4 \times a_2 + 50 \\
 &\dots \\
 &\dots \\
 a_{n+1} &= 0.4 \times a_n + 50
 \end{aligned}$$

予想されるグラフ



排出されるのは60%

$$\frac{250}{3} \times \frac{6}{10} = 50 \text{ mg}$$

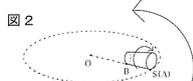
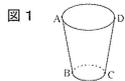


4 平成31年度 高等学校入学者選抜における思考力等を問う問題

3 花子さんは、テーブルの上の紙コップが床に落ちたとき、横に倒れカーブを描きながら転がることに興味をもち、調べたことをまとめました。後の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

調べたこと

○ 図1のようなコップを、図2のように、平面上の点Sとコップの点Aが重なるように倒して、すべらないように転がしたところ、コップの端が点Oを中心とする円の円周である点線に沿って動きながら1周することに気づきました。



○ 図3は図1のコップを真正面から見た図で、線分PQは線分ADと線分BCの垂直二等分線となり、線分ADは線分BCより長くなりました。



○ 図3のコップについて、線分ADの長さが9cm、線分BCの長さが6cmで、線分ABの長さが違う3つのコップをそれぞれ、図2のように、すべらないように転がし、円を1周するときのコップの回転数を調べ、その結果をまとめると下の表のようになりました。

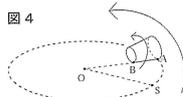
	コップ①	コップ②	コップ③
線分ABの長さ(cm)	10.5	13.5	16.5
コップの回転数(回転)	7	9	11

中略

(2) 花子さんは、図4のように、コップを1回転させたときの $\angle AOS$ の大きさについて考えました。コップ②を1回転させたときの $\angle AOS$ の大きさを求めなさい。

また、調べたことの表から、コップが円を1周するのに必要なコップの回転数が多くなったとき、 $\angle AOS$ の大きさはどのように変化しますか。次のアからウまでの中から正しいものを1つ選んで記号で書き、それが正しい理由を、 $\angle AOS$ の大きさを y° 、コップの回転数を m 回転として、 y と m の関係式を用いて説明しなさい。

- ア $\angle AOS$ の大きさは大きくなる。
- イ $\angle AOS$ の大きさは小さくなる。
- ウ $\angle AOS$ の大きさは変わらない。



(3) 花子さんは、図3のコップにおいて、それぞれの線分の長さとコップの回転数の関係について考えました。線分ADの長さを a cm、線分BCの長さを b cm、線分ABの長さを x cm、コップの回転数を m 回転として、 a 、 b 、 x 、 m の関係を式で表しなさい。

また、その式になる理由を a 、 b 、 x 、 m の文字を用いて説明しなさい。



(滋賀県教育委員会 Web ページから)

【分析所見】

紙コップが床に落ちて転がる場面を基に、事象から取り出した二つの数量の関係について、変化の特徴を説明したり、数量の関係を式に表し、その理由が求められたりしている。知識及び技能等を日常生活の様々な場面で活用する力を問う問題であり、思考力、判断力、表現力等を見るよう工夫されている。

5 おわりに

数学の授業における課題は、議論しながら問題の解法の仕方を考え、答えを出すまでのプロセスの重要性に目が向いていないことや、数学的なものの見方や考え方が実社会・実生活の汎用的な能力につながることを実感しにくいことである。そのため、まずは日常生活や社会の事象を数学化できるかが重要あ

る。そこで数学の授業では、課題に対して数学化する過程に力点を置く。また、数学化された内容を数学的に処理する段階で様々な数学的な見方・考え方をいろいろな形で表出させる。さらに、問題解決の過程を振り返って考察を深めることが大切である。このようにして、これからの時代に求められる資質・能力の育成を目指した授業づくりに努めてほしい。

ー引用・参考文献ー

- 文部科学省『高等学校学習指導要領解説 数学編 理数編』平成30年
- 吉田 明史 編著『アクティブ・ラーニングを位置づけた高校数学の授業プラン』平成29年
- 鹿児島県総合教育センター『指導資料 数学 第148号』平成30年

(教科教育研修課 水迫 慎也)