http://www.edu.pref.kagoshima.jp/　（通巻第２０５０号）

指導資料　数学　第155号

鹿児島県総合教育センター
令和２年10月発行

対象校種	高等学校　特別支援学校

新学習指導要領における数学Ｂの「統計的な推測」の学習指導の在り方

今回の学習指導要領の改訂により，小・中・高等学校を通じて統計的な内容の改善・充実が図られた。高等学校における「数学Ｂ」の「統計的な推測」の効果的な学習指導のポイントについて述べる。

１　はじめに

平成30年３月に公示された高等学校学習指導要領では，小学校算数科及び中学校数学科と同様，数学科で育成を目指す資質・能力を明確にし，数学的活動の一層の充実を図るとともに統計的な内容の改善・充実を図っている。

社会生活などの様々な場面において求められることは，必要なデータを収集して分析し，その傾向を踏まえて課題を解決したり意思決定をしたりすることである。そのような能力を育成するためには，高等学校情報科等との連携も図りつつ，小・中・高等学校教育を通じて統計的な内容等について授業改善を検討していくことが必要である。

(1)　統計教育の改善の方向性

資料は，小・中・高等学校を通じた統計教育のイメージ，資質・能力及び内容等について整理したものである。小・中・高等学校ごとに，統計教育の改善の方向性が示された。

小学校においては，統計的な問題解決の充実を図る。具体的には，グラフを作成したのち，考察し，さらに新たな疑問を基にグラフを作り替え，目的に応じたグラフを作成し考察を深める。また，ある目的に応じて示されたグラフを多面的に吟味する。また，棒グラフや折れ線グラフ，ドットプロットに関して，複数系列のグラフなどを扱ったり，二つ以上の集団を比較したり，平均値以外の代表値を扱ったりするよう見直す。さらに，季節の移り変わりと算数科の折れ線グラフなど，理科や社会科など他教科等との関連を図る。

中学校においては，問題解決や意思決定に向けた活動を充実させる。例えば，日常生活や社会などに関わる疑問をきっかけにして問題を見いだし，それを解決するために必要なデータを集めて，統計的な表現や処理を行い，分布の傾向を把握したり，二つ以上の集団を比較したりする。また，統計的な表現について，小学校での学習内容や他教科等での学習内容との関連等に留意し，扱う内容を見直す。

高等学校においては，より多くの生徒が統計を履修できるよう科目構成及びその内容について見直すとともに，必履修科目の内容を充実させ，選択科目の統計の内容を様々な場面で「使える統計」となるよう改善を図る。また，数学科で学習した統計の基本的な知識や技能等を基盤としつつ，情報科において統計を活用して問題解決する力を育むなど，情報科との関連を充実する。

資料　小・中・高等学校を通じた統計教育のイメージ，資質・能力及び内容等の整理

小・中・高等学校を通じた統計教育のイメージ、内容等の整理　資料8

【高等学校（必履修）】

- 統計的に分析するための知識･技能を理解し、日常生活や社会生活、学習の場面等において問題を発見し、必要なデータを集め適切な統計的手法を用いて分析し、その結果に基づいて問題解決や意思決定につなげる。
- データの収集方法や統計的な分析結果などを批判的に考察する。

【中学校】

- 統計的に分析するための知識･技能を理解し、日常生活や社会生活の場面において問題を発見し、調査を行いデータを集めて表やグラフに表し、統計量を求めることで、分布の傾向を把握したり、二つ以上の集団を比較したりして、問題解決や意思決定につなげる。
- データの収集方法や統計的な分析結果などを多面的に吟味する。

【小学校】

- 統計的に分析するための知識･技能を理解し、身近な生活の場面の問題を解決するためにデータを集めて表やグラフに表し、統計量を求めることで、分布の傾向を把握したり、二つ以上の集団を比較したりして意思決定につなげる。
- 統計的手法を用いて出された結果を多面的に吟味する。

資質・能力及び内容等の整理

知識･技能	● 統計に関する基本的な概念や原理・法則の理解 ● 統計的に分析するための知識・技能
思考力･判断力･表現力等	● 不確定な事象について統計的な手法を適切に選択し分析する力 ● データに基づいて合理的に判断し、統計的な表現を用いて説明する力 ● 統計的な表現を批判的に解釈する力
学びに向かう力･人間性等	● 不確定な事象の考察や問題解決に、統計を活用しようとする態度 ● データに基づいて予測や推測をしたり判断したりしようとする態度 ● 統計的な表現を批判的にみようとする態度

（文部科学省中教審教育課程部会『算数・数学ワーキンググループにおける審議の取りまとめ』より転載）

(2)　統計的な内容等の充実のために

「数学Ｉ」においては，「データの分析」の四分位数等が中学校に移行されたのに伴い，「仮説検定の考え方」を扱うこととされた。仮説検定については「数学Ｂ」の「統計的な推測」で扱うが，「数学Ｉ」の履修だけで高等学校数学の履修を終える生徒もいることから，実際的な場面を考慮し，具体例を通して「仮説検定の考え方」を実験などを通して直観的に捉えさせるようにしたものである。「数学Ａ」においては，「場合の数と確率」で「期待値（平均値）」を扱い，統計的な内容との関連をもたせることとしている。「数学Ｂ」では，「統計的な推測」の他に，「数学と社会生活」で，単回帰を中心とした回帰も扱うこととしている。

２　統計的な推測

「数学Ｂ」における「統計的な推測」の内容とその取扱いについては以下のように示されている。

統計的な推測について，数学的活動を通して，その有用性を認識するとともに次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア　次のような知識及び技能を身に付けること。

(ｱ)　標本調査の考え方について理解を深めること。

(ｲ)　確率変数と確率分布について理解すること。

(ｳ)　二項分布と正規分布の性質や特徴について理解すること。

(ｴ)　正規分布を用いた区間推定及び仮説検定の方法を理解すること。

イ　次のような思考力，判断力，表現力等を身に付けること。

(ｱ)　確率分布や標本分布の特徴を，確率変数の平均，分散，標準偏差などを用いて考察すること。

(ｲ)　目的に応じて標本調査を設計し，収集したデータを基にコンピュータなどの情報機器を用いて処理するなどして，母集団の特徴や傾向を推測し判断するとともに，標本調査の方法や結果を批判的に考察すること。

(1)　正規分布について

正規分布は，連続的な確率変数の分布であり，その定義には連続関数や積分の概念等が

用いられるため，数学的に厳密に取り扱うことは高等学校数学の範囲の中では難しい。日常の事象や社会の事象などにおいて観測される変量には，その分布が近似的に正規分布に従うとみなせるものや，変量の値に影響を与えている原因を制御すれば正規分布に従うとみなせるものが数多く存在し，正規分布は統計学において重要な役割を果たす。それゆえ，正規分布の定義や分布曲線を与える式などについては理論的な取扱いに深入りせず，具体的な例や実験などを通して，正規分布曲線の形や性質を理解できるようにすることが大切である。

（2）　加工されたデータの平均値と標準偏差

数学的活動を通して，データを次のように加工したとき，平均値や標準偏差がどのように変化するのかを考えさせたい。

データ X を $1,3,4,5,7$ とすると

X	$1,3,4,5,7$
平均値	$\dfrac{1+3+4+5+7}{5}=4$
分散	$\dfrac{(-3)^2+(-1)^2+0^2+1^2+3^2}{5}=4$
標準偏差	$\sqrt{4}=2$

X のそれぞれに 4 を加えたものを Y とすると

Y	$5,7,8,9,11$
平均値	$\dfrac{5+7+8+9+11}{5}=8$
分散	$\dfrac{(-3)^2+(-1)^2+0^2+1^2+3^2}{5}=4$
標準偏差	$\sqrt{4}=2$

平均値は 4 大きくなる。分散，標準偏差は同じ。

X のそれぞれを 2 倍したものを Z とすると

Z	$2,6,8,10,14$
平均値	$\dfrac{2+6+8+10+14}{5}=8$
分散	$\dfrac{(-6)^2+(-2)^2+0^2+2^2+6^2}{5}=16$
標準偏差	$\sqrt{16}=4$

平均値，標準偏差はそれぞれ 2 倍。分散は 4 倍。

これらの関係を整理すると，

確率変数 X のそれぞれに一定数 a を加えたものを確率変数 Y とすると，

Y の平均値は，(X の平均値)$+a$

Y の分散と標準偏差は X と同じ

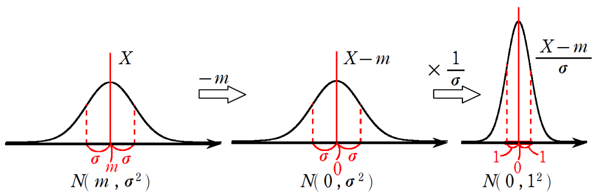
確率変数 X のそれぞれに一定数 k を掛けたものを確率変数 Z とすると，

Z の平均値は，(X の平均値)$\times k$

Z の分散は，(X の分散)$\times k^2$

Z の標準偏差は，(X の標準偏差)$\times k$

グラフで考えると以下のようになる。



（3）　正規分布を標準正規分布に標準化することのよさ

授業において，具体的な問題を通して標準偏差とは何かを考えさせたい。

（例）Ａ君を含む高校生10名の体重の平均が60.0kg，標準偏差が10.0kgである。Ａ君の体重は61.0kgであった。

また，Ｂ君を含む新生児10名の体重の平均が3.0kg，標準偏差が0.5kgのとき，Ｂ君の体重は4.0kgであった。

Ａ君もＢ君もそれぞれの体重の平均よりも 1.0 kg重いという点では共通であるが，体重の分布における両者の相対的な位置は大いに異なっている。相対的にみると高校生のＡ君の体重は平均との差は大きくないが，新生児のＢ君の体重は平均との差は大きくなっている。両者の違いの理由は，高校生の体重の分布が新生児の体重に比べて散らばりがずっと大きいためである。実際，高校生の体重の標準偏差は，新生児の体重の標準偏差の20倍となっている。

両者の違いを明確にする方法として，

（測定値）＝（平均）＋□×（標準偏差）

と表すことで標準偏差を定規の目盛のように捉えることができる。すなわち，測定値が，平均から標準偏差の何個分離れているかを次

のように表してイメージすればよい。

A君：61.0 ＝ 60.0 ＋ $\boxed{0.1}$ × 10
（平均より 0.1 個分大きい）
B君：4.0 ＝ 3.0 ＋ $\boxed{2}$ × 0.5
（平均より２個分大きい）

このことから，標準正規分布に標準化すると標準偏差が1となることで二つ以上の集団を比較しやすいというよさに気付かせたい。

３　正規分布を用いた区間推定及び仮説検定の具体例

標準正規分布

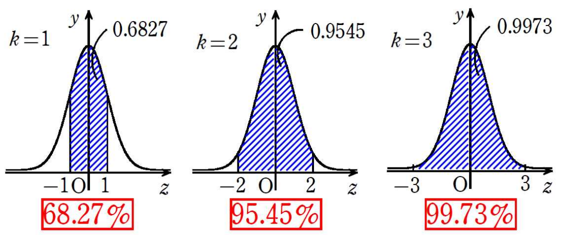
確率変数 X が正規分布 $N(m, \sigma^2)$ に従うとき

$$Z = \frac{X-m}{\sigma}$$

とすれば，Z は平均０，標準偏差１の正規分布 $N(0,1)$ に従うことが知られている。この正規分布 $N(0,1)$ を標準正規分布という。

標準正規分布の性質

Ⅰ　$y=f(z)$ のグラフは，y 軸に関して対称な山型の曲線である。
Ⅱ　Z の値が $-k \leqq Z \leqq k$ の範囲にある確率は，次の図のような斜線部分の面積となり，k が大きくなると１に近づく。



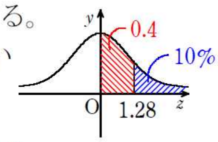
【区間推定の例】

ある試験の得点分布が平均60点，標準偏差10点の正規分布に従うとき，上位10%に入るためには，何点以上とる必要があるか。

(解)

平均 60，標準偏差 10 の正規分布に従う確率変数を X とする。

正規分布表で 0.4 に最も近い値は，$Z=1.28$ だから



$$\frac{X-60}{10} = 1.28 \text{ より } X = 72.8$$

したがって，約 73 点以上である。

【仮説検定の例】

あるコインにはどちらかの面が出やすくなるよう細工がされているという噂がある。そこで，実際にそのコインを投げる実験を行ったところ，100 回投げて，表が61回出た。このとき，このコインには細工がされていると主張してよいだろうか。

このとき，仮説検定ではまず，「このコインには細工がされている」という主張や仮説に対し，それを数学的に記述したもので統計的に実証したい仮説「表の出る確率と裏の出る確率は等しくない」(対立仮説 H_1)を立て，その否定命題である「表と裏が出る確率は等しい」という仮説（帰無仮説 H_0 ）を考える。このような帰無仮説を立てる理由は，背理法において否定すべき仮説を立てる理由と同じである。背理法との違いは，否定したい命題（帰無仮説）と観測された事象の矛盾を論理的矛盾ではなく確率が定められた値より小さいことで判断する点である。そして，「表と裏が出る確率は等しい」という帰無仮説 H_0 が真であったと仮定した場合に「表が61 回以上出る」という事象Eが起こる確率 p を求める。このとき，表が出る回数 n は二項分布 $\left(100, \frac{1}{2}\right)$ に従い，$z = \frac{n-50}{\sqrt{25}}$ とおくと，Z の分布は近似的に標準正規分布に従うと考えてよい。$n=61$ のとき，$Z=2.2$ であり，正規分布表から $P(n \geqq 61)$ は約1.4%と分かる。先に決めておいた「滅多に起こらないと判断する基準（確率の値）」（有意水準）が5%であったとすると，5%と比べ p の値は小さいので，「表と裏が出る確率は等しい」という帰無仮説 H_0 が真であると考えることは否定できると判断し，対立仮説が正しいと考え，「このコインには細工がされている」と考えることが妥当であると判断する。

４　おわりに

「標準化」の概念を知るためには，平均・分散・標準偏差の理解が必要である。特に，標準偏差の重要性を理解した上で，正規分布を標準正規分布に標準化することのよさ等を実感し，「選挙速報で開票率が１％でも当確が出るしくみ」，「偏差値の式の意味」などの具体例を考えることにより「使える統計」となるような授業に取り組んでほしい。

―引用・参考文献―

○　文部科学省『高等学校学習指導要領解説　数学編　理数編』平成30年
○　石井俊全　著『意味がわかる　統計学』2013，ベレ出版
○　小島寛之　著『完全独習　統計学入門』2018，ダイヤモンド社
○　倉田博史　著『大学４年間の統計学が10時間でざっと学べる』　2019，株式会社 KADOKAWA

（教科教育研修課　水迫　慎也）