

指導資料



鹿児島県総合教育センター

算数・数学 第117号

- 中学校，高等学校，特別支援学校対象 -

平成19年10月発行

文章題を苦手とする生徒への指導の工夫例

- 方程式を利用して問題を解く指導を通して -

鹿児島県教育委員会が実施した平成18年度「基礎・基本」定着度調査の結果から，事象や文章題から数量関係をとらえて関係式や方程式を立式する問題の平均通過率が低く，しかも，無答率が最も高いことが分かる。この傾向は，過去2回の調査結果においても見られることであり，文章題を読み，問題の構造をつかんで適切な立式をするということが，生徒にとって非常に難しい内容であることが明らかである。その要因として，文章題を苦手とする生徒は，文章から設問の状況を的確に読み取り，それを構造的に関連付け，整理し，立式して解を導くという，数学における「読解力」が身に付いていないためであると考えられる。

そこで本稿では，「方程式を利用して問題を解決する指導例」を通して，問題文の読み方を提示し，その解決の過程を通して，数学における「読解力」を育成するとともに，自ら調べ，考える手順を明確にしながら，文章題を苦手とする生徒への具体的・効果的な指導の在り方について考察していく。

1 PISA型「読解力」と数学との関連

(1) PISA型「読解力」について

文部科学省は，「読解力向上プログラム」の中で，PISA調査で求められた読解力を，我が国の国語教育等で従来用いられてきた読解力と区別し，PISA型「読解力」と表記している。PISA型「読解力」とは，「自らの目標を達成し，自らの知識と可能性を発達させ，効果的に社会に参加するために，書かれたテキストを理解し，利用し，熟考する能力」である。PISA調査は，義務教育終了段階にある生徒が，文章のような「連続型テキスト」及び図表のような「非連続型テキスト」を幅広く読み，これらを学校内外の様々な状況に関連付けて，組み立て，展開し，意味を理解することをどの程度行えるかについて，可能な限り客観的にみることをねらいとしている。

(2) 数学とPISA型「読解力」について

数学は，ある前提から次々に結果を導き，得られた結果の理論的構築により，ある事象が数学的前提を満たすならば，その事象に数学の結果を適用できる。その意味において，数学は本質的に言語的側面をもっている。また，数学では，「連続型テキスト」だけでなく，「非連

続型テキスト」を読み、活用する場が多い。例えば、数式を読むこと、グラフを読むこと、表やマトリックスを読むこと、そしてこれらを活用することなどが頻繁に行われる。

一方、PISA調査の結果分析（文科省，2005）においては、「数学的に解釈する力や表現する力の育成を目指した指導の充実」が求められており、「与えられた状況やデータを数学的に解釈し、それに基づいて自分の考えを整理し、数学的な表現を用いて自分の考えを述べる力を育てることが大切である。」と述べている。このように、両者は共通した概念を有しており、数学の概念を生徒一人一人に確実に身に付けさせることがPISA型「読解力」を育てることにつながると考える。つまり、文章題の指導においては、PISA型「読解力」を育成する「読む行為のプロセス」の三つの視点、「情報の取り出し：テキストに書かれている情報を正確に取り出す」、「解釈：書かれた情報がどのような意味をもつかを理解したり、推論したりする」、「熟考・評価：テキストに書かれていることを知識や考え方、経験と結びつける」を重視した指導を行う必要があると言える。（以下、「読解力」はPISA型「読解力」を示す。）

2 文章題の指導手順例

数学の文章題を読み取るということは、問題文に記述されている事柄の意味を一つ一つ理解し、それをまとめ上げ、数量関係を把握するなど問題の意味を数学的に解釈

しなければならない。そして、問題把握に有効な関係図や表を書き、簡略化し、立式することが重要である。そのためには、以下の手順を生徒に確実に身に付けさせる必要がある。

(1) 問題文の読み方

文章題を読む際は、問題文に書かれた情報を取り出し、その情報を念頭に入れた問題場面の構造について解釈し、その数量関係を表や図などに分かりやすくまとめることを意識させる必要がある。

「読解力」育成の視点を取り入れた手順としては、情報の取り出し、情報の視覚化（表現）、情報の関係の読み取り（解釈）、関係の式化（言葉の式→図的式→数式）、立てた関係式の吟味（熟考・評価）、問題解決（式の計算や方程式を解くなど）、における解決は正しいか、答えは適切かの吟味（熟考・評価）となる。

情報の取り出しのために、まず、問題文をしっかりと読ませ、問題文中の「～のとき」、「～ならば」など条件を表す語（キーワード）を見付けさせ、「問題文中に書かれた条件」に「 線」を、「求めるもの」に「~~~~~線」を引かせる。次に、問題場面を表している語句や文章には、「 線」を引かせ、情報を印象付ける。さらに、キーワードが表記されていない場合は、条件を表す語を入れて問題文を読ませたり、問題の言い換えを行わせたりすることで、条件に気付かせながら指導することが大切である。

そして、取り出した情報を基に、具体

物や図，表などで数理事象の問題場面を視覚化させ，問題内容を整理しながら数量関係に気付かせ，関係式を立てさせることになるが，「書かれた条件」だけでは解決できない場合もある。そこで，書かれた条件だけで，解決に至らないことが分ければ，「文中には表記されていない既知の情報（定義や定理，関係式など）があるのではないか，あるいは，気付いていない条件があるのではないか」と考えを巡らす必要がある。すなわち，情報の関係の読み取りにおける重要な視点として，「情報の取り出し⇔情報

の視覚化（表現）⇔情報の関係の読み取り（解釈）⇔」を取得情報を念頭に入れつつ繰り返し，スパイラルに考えることのできる力を身に付けさせることが重要である。

(2) 具体例

教科書（平成18年度用中学校数学：学校図書）の「方程式を使って問題を解く手順」を踏まえた上で，「問題文が長いために問題構成を読み取りにくい問題」と「短い問題文で条件が読み取りにくい問題」について，本稿での考え方を取り入れた指導例を以下に示す。

【問題を解く手順】

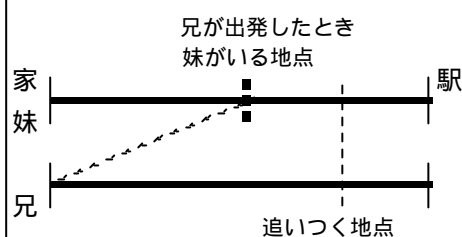
- 1 キーワードを基に，「書かれた条件」と「求めるもの」に線を引く。問題場面を表している語句や文章に線を引く。
- 2 問題から読み取った情報を関連付け，その関係を図や表に表す。
- 3 再度，問題を読み，「見落とした条件はないか」確認する。
- 4 何を文字で表すかを決める。
- 5 図や表を読み，数量の間の関係を調べ，方程式をつくる。
- 6 方程式を解く。
- 7 方程式の解が問題に適しているかどうか確かめる。

【「問題文が長いために問題構成を読み取りにくい問題」の展開例】

【問題】妹は，駅に行くために家を歩いて出かけました。妹の忘れ物に気づいた兄は，妹が家を出発してから9分後に，同じ道を自転車で妹を追いかけました。妹の速さを分速60m，兄の速さを分速240mとすると，兄は出発してから何分後に妹に追いつきますか。

学習活動【速さについての問題】	予想される生徒の反応	「読解力」育成の視点を取り入れた手順	教師の指導 指導上の留意点
- 問題文を読み，求めるものは何であるかを理解し，必要な情報を取り出す。 - 問題場面を理解し，内容を整理しながら数量関係を探る。 - 問題文に適し	- 文中に書かれた条件に____線を引く。 - 求めるものに~~~~線を引き。 - 問題場面を表している語句や文章に____線を引く。 - 問題場面を図に表す。(注)	情報の取り出し 解釈 表現	- 問題文から分かっている数量，求める数量をはっきりさせることができるようにする。 - 問題構造の理解の促進 - 問題場面の視覚化

た図をかき，得られた情報を図に書き込む。



- ・ 求めるものが分かっている。
- ・ 道のり，時間，速さの関係を思い出している。

- ・ 分からないものや求めるものを文字で表す。

- ・ 兄が出発してから x 分後に妹に追いつくとする。
家を出てからの時間を考えて，追いつく地点までの道のりを表に書く。

	速さ(m/分)	時間(分)	道のり(m)
妹	60	$9 + x$	$60(9 + x)$
兄	240	x	$240x$

- ・ 図から読み取った妹と兄の関係を表に表す。

- ・ 表から数量関係を読み取る。
- ・ 方程式を立てる。
(妹が進んだ道のり)
= (兄が進んだ道のり)

$$\downarrow$$

$$60(9 + x) = 240x$$

- ・ どのように立式したのかを確認し合う。(説明を聞く際は，自分の考えと違うところを比較する。)
- ・ 解の吟味をする。

- ・ 方程式を解き，方程式の解を求める。
- ・ 問題を読み返し，解が問題の条件に適切なものかどうか判断する。(別解)

1 妹が出発してから兄に追いつかれるまでの時間を x 分とすると，

$$60x = 240(x - 9)$$

2 追いつく地点までの道のりを x m とすると，

$$\frac{x}{60} = \frac{x}{240} + 9$$

解釈

情報の取り出し

表現

解釈
関係の式化

熟考・評価
問題解決

熟考・評価

問題場面を図に表し，追いつくことの具体的イメージをもたせる工夫をする。(横軸に時間，縦軸に道のりのグラフで歩く様子を示すなど)

問題文にはない既知の事項の確認をする。

何を x とおくかではなく図や表が異なることを理解させる。

- 問題場面の視覚化
表が作れない場合は，表を示し，埋めさせながら思考過程を振り返らせる。
関係を言葉で表すことから，立式へ取りかからせる。

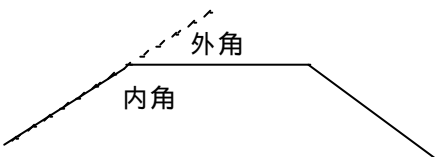
- 立てた関係式の吟味
1 次方程式の解き方を確認させる。
解が適切でないときは，その理由を具体的に説明させる。
どの考え方が分かりやすいか，図や表をかきやすいかなどを考えさせる。

(注) 自力で問題場面の図がかけない生徒には，教師や他の生徒の説明を聞かせるだけでなく，他者がかいた図を用いて問題場面を考えさせ，読み取った関係を説明させたり，教師のヒントを基に，段階的に図をかかせ，気付いた関係を図にかき加えさせながら説明させたりすることが必要である。また，ヒントを出す際，段階的に図を完成させていけるよう，図をかくための思考過程を細かく指示する工夫が大切である。

次に紹介する内容は中学校の図形の問題であり、方程式を立てると三元連立方程式になるものである。発展的な学習の時間等で活用

すると、「数と式」の領域だけでなく、「図形」の領域でも方程式を利用して問題を解く便利さを感じさせることができる。

【「短い問題文で条件が読み取りにくい問題」の展開例】

【問題】ある正多角形の内角は外角より 120° 大きいという。この正多角形は正何角形か。			
学習活動【正多角形の問題】	予想される生徒の反応	「読解力」育成の視点を取り入れた手順	教師の指示 指導上の留意点
- 問題文を読み，求めるものは何であるかを理解し，必要な情報を取り出す。 - 問題場面を理解し，内容を整理しながら数量関係を探る。 - 問題文に適した図をかき，得られた情報を図に書き込む。 - 分からないものや求めるものを文字で表す。 - 意見交換をしながら，何に気付けばよいかを	- 文中に書かれた条件に____線を引く。 - 求めるものに~~~~線を引く。	情報の取り出し	問題を読ませ，「問題文中に書かれた条件」に「____線」を，「求めるもの」に，「~~~~線」を，問題場面を表している語句に「____線」を引くように指示する。
	問題場面を表している語句や文章に____線を引く。 「ある<u>正多角形</u>の<u>内角</u>は<u>外角より120°大きい</u>という。この<u>正多角形</u>は<u>正何角形</u>か。」 苦手な生徒は，<u>正多角形</u>を問題場面を表す語句ととらえにくい。	解釈	問題構造の理解の促進
	問題場面を図に書く。 	表現	問題場面の視覚化 「問題で考えつく図をかいてみよう」と問い掛け，内角と外角の関係図をかかせる。
	図形の問題においては，問題場面をとらえやすく，図をかこうとするが，この問題では，正確な図がかけないことで思考が止まる生徒が多い。	解釈	一部の図をかいて，問題を考えてよいことを理解させる。
	「<u>内角は外角より120°大きい</u>」という条件から言葉の式「$\text{内角} = \text{外角} + 120^\circ$」の関係式を立てる。 - 内角を$x^\circ$，外角を$y^\circ$とおき，文字を用いて「$x^\circ = y^\circ + 120^\circ \dots \text{①}$」と表す。 - 二つの未知数に対しては，もう一つ式が必要であることに気付く。	関係の式化 熟考・評価	関係を言葉で表すことから，立式へ取りかかせる。 文字を用いて，立式させる。 この式だけでは，内角 x° ，外角 y° が求められないことを理解させる。

確認し合う。 ・ 求めたものは答えとして適切か吟味する。 ・ 問題文を読み，求めるものは何であるかを理解し，必要な情報を取り出す。 ・ 分からないものや求めるものを文字で表す。 ・ 分からないことは，自ら調べたり，他者に聞いたりする。 ・ 解の吟味をする。	・ 図を見ながら問題を読むことで，文中には表記されていない既知の事項「内角と外角の和は180°である。」ことに気付き，「$x^{\circ} + y^{\circ} = 180^{\circ} \dots [2]$」の関係式を立てる。 ・ $[1]$と$[2]$の連立方程式を解く。 方程式を解くことで，問題解決できたと思われる生徒が多い。 ・ 求めるものは，「何角形か。」から，求めるものを文字で表し，「n角形」とおく。 nを求めるための立式ができず，思考が止まる生徒が多い。 ・ 正多角形について，その性質や既知の事項はないか調べる。 ・ 「多角形では，外角の和が360°である。」に気付く。 ・ 「$n \times y^{\circ} = 360^{\circ} \dots [3]$」を立てる。 「$n$角形の内角の和の関係」を利用しようとして行き詰まる生徒が多い。 ・ $[1]$と$[2]$の式から求めたy°を利用して，$[3]$からnを求める。	情報の取り出し 解釈 関係の式化 熟考・評価 問題解決 熟考・評価 情報の取り出し 解釈 情報の取り出し 関係の式化 熟考・評価 問題解決 熟考・評価	再度問題を読み，文中に気付いていない条件はないか考えさせる。 ○ 立てた関係式の吟味 $[1]$と$[2]$の式から，内角x°，外角y°を求めることができることに気付かせる。 「求めたいものは何か」と問い掛ける。 「正多角形とは何か」と問い掛ける。 正多角形について，その性質を調べなければならないことに気付かせる。 ○ 立てた関係式の吟味 n, x, yの関係式について理解させる。
このように図形の問題であっても，「『$x^{\circ} = y^{\circ} + 120^{\circ}$』，『$x^{\circ} + y^{\circ} = 180^{\circ}$』，『$n \times y^{\circ} = 360^{\circ}$』の三つの連立方程式を解けば，答えが求められる」と気付かせることができる。			

以上のように，文章題を苦手とする生徒に〔引用・参考文献〕

は，読解のための手順を踏んだ指導を繰り返すことで，問題場面や数量関係を図や表に表して問題を理解し，問題を簡略化して考え，適切な立式ができ，問題解決に至ると考える。

文部科学省『読解力向上プログラム』2005
 長尾 篤志 ほか編『中学校・高等学校PISA型「読解力」—考え方と実践』2007 明治書院
 神奈川立総合教育センター『神奈川版：「読解力」向上のためのガイドブック』2006
 （教科教育研修課）

なお，このような指導をすることが，数学における「読解力」育成につながると考える。