

指導資料

鹿児島県総合教育センター

算数・数学 第102号

- 中，高等学校対象 -

平成13年9月発行

数理的に考察する能力を高める数学科の学習指導

- 総合的な学習の時間との関連を考えて -

事象を数理的に考察する能力を高めながら，
数学的な見方や考え方，数学的に処理する能力の育成を図るというねらいは，小・中・高等学校を通じて，算数・数学教育が中心に置いてきたものである。

教育課程審議会答申（平成10年7月）では，「自ら学び，自ら考える力を育成すること」という教育課程の基準の改善のねらいを達成するため，「知識と生活の結び付き，知の総合化の視点を重視し，各教科等で得た知識・技能等が生活において生かされ，総合的に働くよう配慮することが大切である。」と示されている。また，数学科の改善の基本方針として，事象を数理的に考察し，処理することのよさを知り，自ら進んでそれらを活用しようとする態度を一層育てるため，実生活における様々な事象との関連を考慮しながら学習を進めることの重要性が指摘されている。

総合的な学習の時間では，様々な課題に生徒たちが主体的に取り組む中で，事象を数理的に考察するという場面が多い。また，数理的に考察するのに適切な素材も豊富にある。

そこで，数理的に考察する能力を高める数学科の学習指導について，総合的な学習の時間との関連を考慮しながら述べる。

1 事象を数理的に考察するとは

『中学校学習指導要領解説数学編』では，「事象を数理的に考察する」ということについて，次のように述べている。

- (1) 現実の世界のことを数学的に定式化し，数学の手法によって解を求め，これを現実にも照らして解釈すること。
 - (2) 数学の世界の中での関係を簡潔な使いやすい形に表現し，手際よい方法で能率的に処理すること。

(1)の例として，木の高さを知りたいとき，直角三角形を想定し三平方の定理を使うことなどが考えられる。(2)の例として， $2, 6, 2^2, \dots$ という数列において， $\sqrt{4}, \sqrt{6}, \sqrt{8}, \dots$ と考えれば， n 番目の数は $\sqrt{2n+2}$ と表すことができるように，適切な形で表現し，処理できることなどが考えられる。

2 数学科と総合的な学習の時間との関連

総合的な学習の時間の中で，数学と関連させて扱う意義として，次のようなことが考えられる。

- (1) 数学の有用性を認めることができる。
課題の解決に数学を道具として用いる

ことができること、また、数学で解決することが合理的であることなどが理解できる。例えば、問題をとらえるのに全体像を表す数表や統計グラフがあることや将来を予測するデータ解析として統計的手法が有効であることなどを知ることができる。

- (2) 数学的な見方や考え方のよさを知ることができる。

日常事象の中に潜む様々な問題を、数学的な見方や考え方によって極めて合理的に解明していくことができる。例えば、いろいろな事象を見たとき、数学的な見方や考え方により共通なものを見つけて分類したり、処理したりすることなどが考えられる。

3 数学科と総合的な学習の時間とが関連した具体例

総合的な学習の時間に課題研究を進める中で、データを表やグラフ化して統計的に処理し考察する際に、統計の学習内容が生かされるとともに、その後の数学の学習にも活用できる。

例えば、次のような場合が考えられる。

ア 「スポーツと健康」をテーマに研究を進める。その際に、各競技の運動能力や技能に興味をもち、各種目間に成り立つ関係等について調査し、それらの相関についてまとめることが考えられる。次は、生徒 20 人の 50 m 走(秒)と走り幅跳び(cm)の測定結果に基づいて相関を調べたものである。

表 1 50m走と走り幅跳びの測定結果

番	50m 走	幅跳び	番	50m 走	幅跳び
1	8.2	369	11	7.3	445
2	7.5	398	12	7.0	460
3	7.0	420	13	8.1	398
4	8.0	370	14	8.4	347
5	8.3	365	15	7.7	378
6	7.9	360	16	7.9	360
7	7.5	430	17	7.4	408
8	7.4	430	18	8.1	365
9	7.5	410	19	7.4	464
10	8.0	355	20	7.8	430

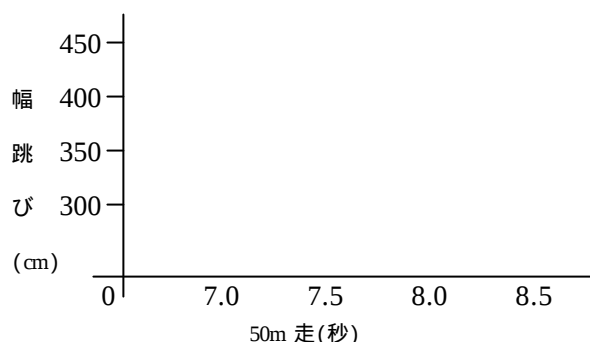


図 1 50m走と走り幅跳びの相関図

上の相関図から分かるように、50m 走が速いほど走り幅跳びも遠くに跳ぶことができる。このように、50m 走と走り幅跳びは相関があることが分かる。

イ 「環境問題」をテーマに研究を進める。

まず自分の学校のゴミの量について調査する。その際に、各学級で出るゴミの重さを量り、全校分を 1 週間集計してヒストグラムを作ったり、統計的手法で動向を分析したりできる。

次に全校 27 学級分の度数分布を示す。

表 2 ゴミの重さと学級数の度数分布表

ゴミの重さ	学 級 数
2500 ~ 3000 g	1
2000 ~ 2499 g	7
1500 ~ 1999 g	15
1000 ~ 1499 g	4
500 ~ 999 g	0
0 ~ 499 g	0
合 計	27

全校で1週間に出したゴミの重さが見やすいように、度数分布表をヒストグラムで表すと下の図になる。

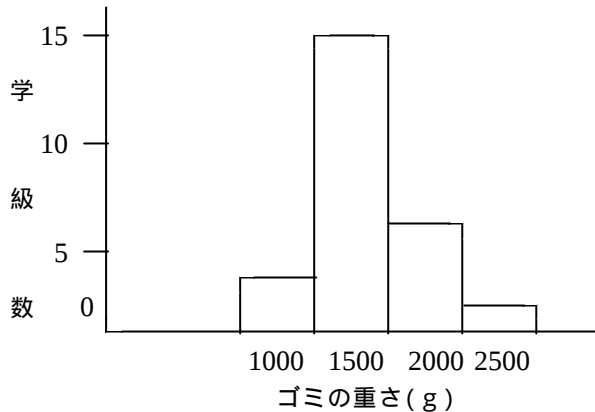


図2 ゴミの重さと学級数のヒストグラム

このようにグラフ化すると、ゴミの重さは1500 g ~ 1999 gが多いことが一層分かりやすくなり、数学的な表現・処理のよさを知ることができる。

ウ 「福祉問題」をテーマに研究を進める。
この際に、様々なデータを処理するが、そのデータの見方についても考えることができる。

例えば、「校区内の年齢人口」を考えた場合に、平均値が38歳であったとする。しかし、この場合、平均値はあまり意味がないことが、下のグラフから分かる。

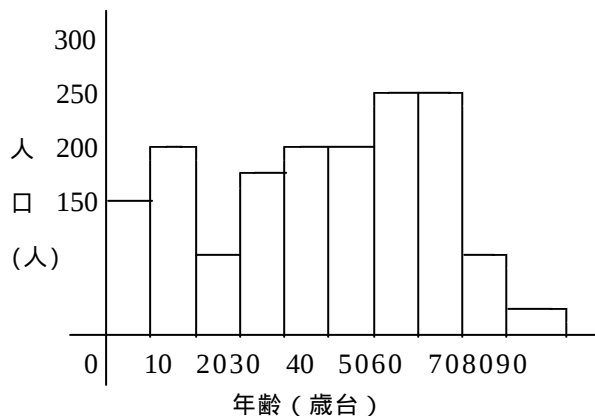


図3 年齢と人口のヒストグラム

実際は60・70歳台が多いからである。

平均値は代表値としての一つであって、資料によっては平均値が代表値にふさわしくないこともある。他に代表値として、メジアン(中央値)やモード(最頻値)などがあるので、資料の分布の様子を見て、どの代表値で表すのがよいか、適宜判断する。

このように、総合的な学習の時間の中で表やグラフ化して考察することによって、数理的に考察する能力が高まることがより期待できる。

4 選択教科「数学」での構想例

中学校新学習指導要領では、「『数量関係』は資料の整理に関する内容、事象と関数、標本調査を高校へ移行」とされ、数学(必修)から統計的内容が削除される。このため、学校の実態に応じて選択教科で統計的な内容を扱うことも考えられる。総合的な学習の時間で「スポーツと健康」、
「環境問題」、「食料問題」、「人口問題」など扱う際に、数時間程度統計資料の見方など事前に学習しておけば、事象を数理的に考察する能力を高めることができ、総合的な学習の時間がより一層深まることが期待できる。

ここでは、選択教科「数学」の中で、「資料の整理の仕方」というテーマで取り組んだ学習指導案を紹介する。体力・運動能力調査の結果を基に各種目の間の関係を知るためには、相関図を作ることが有効である。そこで、相関の見方や相関図の作り方について学習することにより、数理的に考察する能力を高めようとするものである。

(1) 指導計画

テーマ「資料の整理の仕方」(11時間)

オリエンテーション	1時間	一斉学習	各自、テーマや題材を考える。
相関図と相関表	2時間	一斉学習	統計データの見方等について考える。
テーマごとの実験・追究	5時間	グループ学習	各自のテーマについてグループごとに実験・追究をしていく。
まとめ・考察	2時間	グループ学習	各自のテーマについてグループでまとめをしていく。
全体発表	1時間	一斉学習	各グループごとに調べて分かったことを発表する。

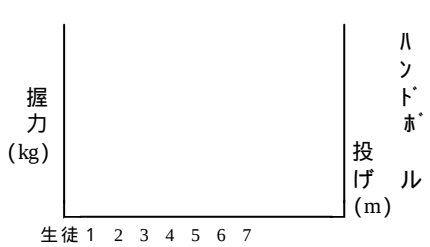
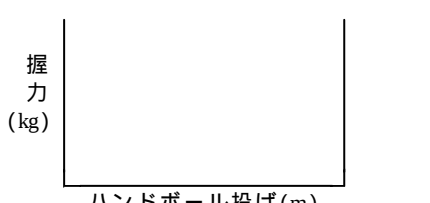
(2) 本時(2/11)

ア 主題 相関図と相関表

イ 目標 二つの資料の相関を調べるために、自分なりに図や表を作成し、相関図の考え方を理解する。

ウ 本時の実際

(鹿児島大学教育学部附属中学校 松本遵教諭の実践事例を基に作成)

授業の流れ	生徒の活動・生徒の反応例	形態	指導上の留意点	数理的に考察する能力
学習課題の提示 をする -----5分	1 教師の提示する体力・運動能力調査の結果を見て、関連のありそうな二つの項目を予想する。	一斉	1 生徒の好きなスポーツを具体的に取り上げ、課題の理解を助け、興味・関心を高める。	
予想させる -----7分	2 予想したものを発表する。 (生徒の学習活動) (1) 垂直とびと走り幅跳び (2) 握力とハンドボール投げ (3) 背筋力と垂直とび	一斉	2 関連がありそうだった理由まで含め、自由な雰囲気の中で発表させる。	いろいろな資料の中から関連のありそうな二つの資料を取り出して、それらの資料の関連をいろいろな方法で調べようとする。
調べ方を考えさせる 3分	3 「関連がある」ことを理解してもらうには、この資料をどのように処理すればよいかを考える。	個	3 これまで、資料を基にどんな学習をしてきたか想起させ、資料の調べ方と活用の仕方を発表させてから自己追究させる。	数学の世界の中での関係を簡潔な使いやすい形に表現し、手際よい方法で能率的に処理する。
発表させる 7分	4 自分の考えを小グループの中でお互い発表し合う。 (生徒の学習活動) (1) 一方を二つに分けて、それぞれで他方の資料の度数分布表をつくる。 (2) 一方の資料をx軸、もう一方をy軸にとり、座標平面上に点をとっていく。	小グループ	4 考えがまとまらなかった生徒も自分が取り組もうとしたことを述べたり、他の生徒の考えを聞きながら気付いたことや疑問に思ったことを、メモしたりするよう指示する。 4 見通しの立たないグループが多い場合は、いくつかのグループの考えを発表させ、座標の考え方に目を向けさせていく。	身の回りにあるデータに興味・関心をもち、それらを数学的に分析していく。
資料を分析・考察させる 15分	5 自分の取り組んでみたい方法で資料を調べ、調べた結果を基に資料を分析する。 (生徒の学習活動) (1) 握力とハンドボール投げのデータを別々に縦軸にとり折れ線グラフで表す。  (2) 縦軸に握力、横軸にハンドボール投げをとり、点で表す。 (相関図)  6 グループ活動を通して分かったことや参考になったことをノートにまとめる。	個	5 他の生徒の考え方や自分の考え方を基にして、関連を表すのに適切と思う方法で取り組むよう指示する。 5 見通しが立たないまま取り組んでいる生徒には、個別指導する。 6 グループで発表された調べ方を取り上げ、相関図についてまとめる。 ・最初に予想した二つの資料をパソコンで処理し、相関図の必要性を確認させる。	相関のありそうな二つの資料を自分なりに工夫して図や表に表すことができる。 手際よい方法で能率的に処理できる。
相関図の説明をする -----8分	7 相関図の意味を知る。	一斉		相関や相関図の意味を述べることができる。
まとめる 5分	8 本時の学習が、日常生活の中でどのように活用できるかを考え、その発展性を知る。	一斉	8 本時の学習のまとめをして、今後の学習への意欲の持続を図る。	傾向等を現実に関連して解釈する。

エ 評価 二つの資料から相関を調べる方法を理解できたか。

[参考文献]

文部省『中学校学習指導要領解説 数学編』平成10年12月

(第一研修室)