http://www.edu.pref.kagoshima.jp/ （通巻第 1647 号）

指導資料 算数・数学 第123号

鹿児島県総合教育センター

― 高等学校対象 ―

平成 21 年 10 月発行

表現活動を意図的に取り入れた授業展開の工夫

ＰＩＳＡ調査などの各種の結果において，我が国の児童生徒には，思考力・判断力・表現力等を問う読解力に関わる問題や，記述式問題，知識・技能を活用する問題に課題があることが報告されている。特に，数学科の学習を進めていくには，論理的な思考力，想像力，洞察力などの能力が必要とされており，今回改訂された小・中・高等学校学習指導要領においては「算数的活動，数学的活動の一層の充実」や「言語活動の充実」が改善の具体的な内容に述べられている。さらに，「数学的な思考力・表現力は，合理的，論理的に考えを進めるとともに，互いの知的なコミュニケーションを図るために重要な役割を果たすものである」と思考力・判断力・表現力の育成の重要性が示されている。

そこで本稿では，言葉や数，式，図，表，グラフなどの相互の関連を理解し，それらを用いた言語活動等を通して，生徒の考えを互いに交流させ，表現力を高めていく授業展開の在り方について述べる。

１　高等学校の現状と課題

平成 17 年度高等学校教育課程実施状況調査（国立教育政策研究所）による結果の一部を**図１**，**図２**に示す。

この結果を前回（平成 14 年度）と比べてみると，数学の有用性に肯定的な回答をする生徒の割合は増加している。しかし，学習したことを身の回りの場面や他の学習で活用していると回答した生徒の割合は，依然として少ない。また，自分の考えを述べることに抵抗を感じていると思われる生徒の割合も多い（**図１**）。

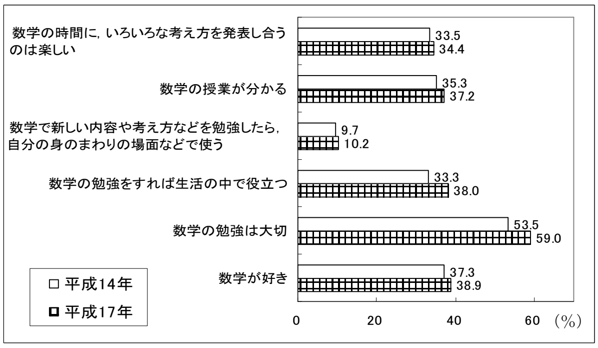


図１　生徒質問紙調査（肯定的な回答の割合）

作業的・体験的な活動を取り入れた授業は，前回調査に比べ，約 15 ポイント増加している（**図２**）。これは，現行の学習指導要領で作業的・体験的な活動を重視したことにより，活動の重要性が認識されてきたためと考えられるが，調査結果の割合はまだ少なく，思考力・判断力・表現力を育成していく上でも，更に一層の充実が求められる。

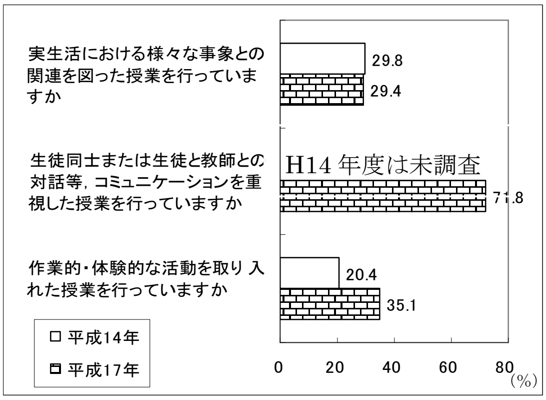


図２　教師質問紙調査（肯定的な回答の割合）

これらの調査から，数学科の授業を進めていく上で, 課題となるのは次の点である。

(1)　問題解決の思考過程を相互に交流する場の設定を工夫することで, 思考力・判断力・表現力を高め, 数学で学習した内容を, 他の学習や生活に積極的に活用しようとする態度を育てること。

(2)　解法中心の説明のみに終始する授業はなく, 生徒に自分の思考過程や推論の過程を筋道立てて発表させるとともに, 他者の考えを理解させる場の設定など, 表現力を高めさせる学習指導の工夫が必要であること。

これらの課題を解決するための具体的な方法の一つとして，言語活動を取り入れた授業の工夫例について述べる。

2　場面に応じた表現方法の活用

(1)　表現方法の分類

数学科における表現方法は, 次の五つに分類できる（**表１**）。

表１　表現方法

表現名	表　現　方　法
現実的表現	実物による表現
操作的表現	教具の動的操作による表現
図 的 表 現	図，表，グラフなどによる表現
言語的表現	日常言語や数学に関する用語を用いた表現
記号的表現	数，式，演算・数学記号などを用いた表現

現実的表現や操作的表現については, 実物や教具が必要となり, 常に準備できる状況にあるとは限らない。また高校の授業においては, 数学的内容を抽象的に考察していく場合が多いので, 図的表現が中心になることが多い。

高校における表現方法を活用した授業の流れは次のパターンの場合が多い。

図的表現 → 言語的表現 → 記号的表現

(2)　表現方法を活用するときの留意点

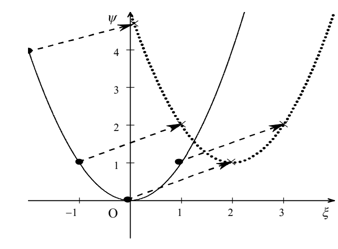
授業の導入では, 学習しようとする数学的内容について，生徒の関心・意欲が高まらないことがある。そこで図的表現を用いることにより，イメージを構成させ，それを媒介として，言語的表現へつなげていきたい。そのための手だてとして，ペア学習・グループ学習などの指導形態や，プレゼンソフトを用いたＩＣＴの活用などの工夫が考えられる。また，教師が記号的表現のみの授業に終始するのではなく，生徒自らが図的・言語的・記号的表現の表現方法（以下「三つの表現方法」と略記）を活用し，思考過程を筋道立てて表現する場の設定の工夫が必要である。

(3)　三つの表現方法を用いた具体例

課題を解決する過程で, 三つの表現方法を用いて，思考過程を表現させる。

【問題例】放物線 $y = x^2$ を， x 軸方向に２だけ， y 軸方向に１だけ平行移動した放物線の方程式を求めよ。

ア　図的表現



イ　言語的表現

放物線 $y=x^2$ 上のすべての点が，x 軸方向に２だけ，y 軸方向に１だけ平行移動する。よって頂点（０，０）は（２，１）へ，点（１，１）は（３，２）へ移動する。ゆえに求めたい放物線は頂点の座標が（２，１）で,（３，２）を通る図形である。

ウ　記号的表現

$$y=x^2 \rightarrow y=(x-2)^2+1$$
$$y=x^2 \rightarrow y=x^2-4x+5$$

このような表現方法を授業の中に，積極的に活用することで，生徒の表現力を高めていきたい。次にこの１ような表現様式を用いた言語活動の取組について述べる。

３　数学科における言語活動

(1)　言語活動の必要性

知識・技能の習得にも,またこれらを活用して課題を解決するために思考し,判断し,表現するのにもすべて言語が用いられており,これらの学習活動の基盤となるのは，言語に関する能力である。数学科においては,言語の語いを豊かにするために,「言葉，数，式，表，図，グラフなどを習得し,用いることができるようにすること」,「筋道を立てて説明すること」などの指導の充実が大切になる。

(2)　言語活動例

ア　言葉や数，式，表，図，グラフなどを用いて，解決の方法を説明する。

イ　筋道を立てて,根拠を明らかにして説明する。(既習内容の活用)

ウ　概念・法則・意図などを解釈し，説明したり活用したりする。

エ　課題について，構想を立て実践し，評価・改善する。

オ　互いの考えを伝え合い,自らの考えや集団の考えを発展させる。

などの工夫が考えられる。

４　授業の工夫例

「数列」の単元において，漸化式の内容を取り扱った授業の工夫例である。

漸化式（数学Ｂ）２年生　（６/12）時

【問題例】平面上に n 本の直線があって，それらのどの２本も平行でなく，また，どの３本も１点で交わることはない。これらの n 本の直線によって分けられる平面の部分の個数を a_n とするとき，a_n と a_{n+1} の間に成り立つ関係式を求めよ。

生徒の多様な考え方を引き出すために，表現方法を用いた指導と指導形態の工夫を図３の通りに行う。

図的表現 → 言語的表現 → 記号的表現

指導形態　図的表現の活用場面（ペア学習）
言語・記号的表現の活用場面（グループ学習）

図３（表現方法のつながり）

また，それぞれの表現方法をつなげるために「手だて①」,「手だて②」を設定する。

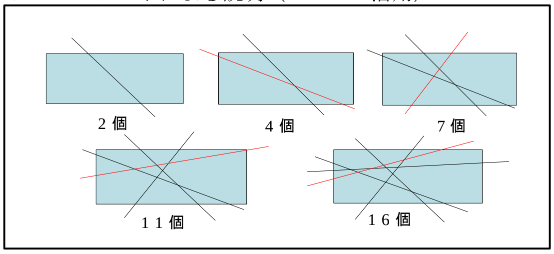
手立て①：５本の直線までの平面の増え方を操作的活動で行い，表やプレゼンソフトを用いて，平面の個数の増え方を考えさせる。

手立て②：a_1，a_2 などの記号の意味を振り返りながら，三つの表現方法を用いて説明させる。また，新たに加えられる直線によって平面がどのように分割されるか，グループ学習によって考えを深める。

展開時における指導例

時間	学習内容と生徒の活動・反応例 （T　教師の発問，S　生徒の反応例）	教師の働きかけと配慮事項 ●表現方法　☆言語活動　※評価の観点
５分 （導入）	本時の学習課題を確認する。 T　平面の部分の個数を a_n とするとき，a_n と a_{n+1} の間に成り立つ関係式を求めよ。	・　ワークシートを配布し，本時の課題を説明 ※　関心・意欲・態度 ・　具体的な事象の考察に対して，示されている方法に関心をもち，その方法で積極的に考えようとする。
10 分 （展開）	S　・何をするのか，どうするのか，できるのか。 　・どの３本も１点で交わらないとはどういうことか。 T　直線を４本，５本記入したときに，分けられる平面の数を調べてみよう。また６本の場合は何個になりますか。（ペア学習） T　６本の直線で分けられた平面の個数がなぜ 22 個になるのかな。 S　・５本のときが 16 個で，６本目だから６を加えたのかな。 　・平面の増え方が，２，３，４，５だから次は６だろう。	・　課題が理解できない場合は，補足説明を行う。 ・　理解できている生徒に板書させ，説明をさせる。 ☆　言語活動のねらい ・　図的表現から，事実を正確に理解し伝達する。 ・　自分の考えを深めたり，まとめたりすることを通して，理解を確かなものにする。 ●　図的表現　・手だて①

図的表現の場の工夫
プレゼンソフトによる説明（ＩＣＴの活用）



直線の数(本)	1	2	3	4	5
平面の数(個)	2	4	7	11	16

１本，２本，３本の場合，生徒の板書やプレゼンソフトを利用して，直線と直線の交わり方を確認し，分けられる平面の個数を確認させる。しかし，この操作的活動によって考えた求め方は直感的に理解できていても，その解決の正しさを論理的に言葉や式で表現することがなかなか難しい。そこで学習形態をグループ学習にし，言語的・記号的表現で表現できるように指導する。

20 分 （展開）	T　直線が $(n+1)$ 本のときの平面の個数 a_{n+1} はどのように計算すれば求められると思いますか。わかりやすく説明してください。（グループ学習） S　Ａグループ　n 本のときの平面の個数に，$(n+1)$ を加えるといいと思います。 よって求める式は $a_{n+1}=$｛n 本のときの平面の個数＋$(n+1)$｝です。 Ｂグループ　最初の数２個に，２，３，…，n，$n+1$ を順に加えていけばいいと思います。よって求める式は $a_n=2+\{2+3+\cdots+n+(n+1)\}$ です。 S　Ａより $a_{n+1}=a_n+(n+1)$，Ｂより $a_{n+1}=1+\{1+2+\cdots+n+(n+1)\}=1+\sum_{k=1}^{n+1}k$	☆言語活動のねらい ・　他の意見に触発され，新たな考え方を導く。 ※　表現・処理，知識・理解 ・　具体的な数列の規則性を調べることで，漸化式を立式できる。 ・　Σ計算や自然数の和を用いて，いろいろな数列の性質の考察に役立てようとしている。 ●　言語的表現 ●　記号的表現　・手だて②

図的表現から，言語的表現・記号的表現への場の工夫

直線の数(本)	1	2	3	…	$n-1$	n	$n+1$
平面の数(個)	2	4	7	…		?	
	a_1	a_2	a_3	…	a_{n-1}	a_n	a_{n+1}

＋２　＋３　＋ n　＋ $(n+1)$

１本で分けられる平面の数は a_1
２本で分けられる平面の数は a_2
：
$(n+1)$ 本で分けられる平面の数は a_{n+1}

表を用いて平面の個数の変化や，記号を用いての表現の処理，隣接する項の関係を理解させる工夫をする。

10 分 （展開）	T　漸化式 $a_{n+1}=a_n+(n+1)$ において，なぜ $(n+1)$ を加えるのでしょうか。（グループ学習） ポイント①　一つの平面は，１本の直線で二つの平面に分けられる。 ②　$(n+1)$ 番目の直線上には n 個の交点が存在する。その交点により $(n+1)$ 番目の直線は $(n+1)$ 個の部分に分けられる。このそれぞれの部分で，一つの平面が二つに分けられるので，平面は $(n+1)$ 個増えることになる。 階差数列において　$n \geqq 2$ のとき，$a_n=a_1+\sum_{k=1}^{n-1}(k+1)$ を解く。	・　記号的表現から，言語的表現及び図的表現への振り返りを行うことで，本時の学習内容を確認させる。 ・　直線と直線の位置関係を振り返りながら，交点の数と線分の本数との関係を示す。 ※　表現・処理 ・　Σ計算と自然数の和を知識として理解することで，階差数列の一般項の解法に活用しようとしている。

本稿では，三つの表現方法を用いた授業の工夫例について述べてきた。各学校においては，これらの例を参考に，表現力を高めるための学習指導の一層の工夫を図って頂きたい。

（教科教育研修課）

〔参考文献〕

中原忠男著
『算数・数学教育における構成的アプローチの研究』
1995　聖文社