

指導資料



鹿児島県総合教育センター

算数・数学 第127号

- 小学校・特別支援学校対象 -

平成23年4月発行

数学的な思考力・表現力をはぐくむ言語活動の工夫と 『数学的な考え方』の評価

小学校学習指導要領が平成20年3月に公示され、算数科では、体験的・作業的な活動や考えを説明し伝え合ったりする活動などの算数的活動を充実させ、基礎的・基本的な知識及び技能を確実に身に付けさせるとともに、数学的な思考力・表現力をはぐくみ、学んだことを生活や学習に活用する態度を育てることを重視している。特に数学的な表現を適切に用いて問題を解決したり、自分の考えを分かりやすく説明したりするなどの言語活動を充実することが求められている。また、学習評価については、観点の趣旨を生かした具体的な手だてを工夫することが求められている。

そこで、本稿では、算数科における数学的な思考力・表現力をはぐくむ言語活動の在り方や『数学的な考え方』の評価について具体的に述べる。

1 数学的な思考力・表現力の重要性とその中核をなす言語活動の在り方

算数科のねらいの一つに、数学的な思考力・表現力の育成が挙げられる。これらの能力は、合理的、論理的に考えを進めるとともに、互いの知的なコミュニケーションを図るために重要な役割を果たすものである。そして、これらの能力を育成するために、言語活動を算数的活動の中核をなす活

動として次のようにとらえ、学習指導の中に確実に位置付け、その内容を工夫していくことが求められている。

- 言葉による表現とともに数や式、図、表、グラフなどの数学的な表現を適切に用いて問題を解決したり、自分の考えを分かりやすく説明したり、互いに自分の考えを表現し合ったりする学習活動
- 見通しをもち根拠を明らかにしながら筋道を立てて考える学習活動

ここで、算数科における言語活動について、教科固有の用語や記号も含めた言葉や数、式、図、表、グラフなどの数学的な表現を用いた活動ととらえることができる。また、言語活動を工夫する際に、次のようなことに留意することが大切である。

- 考えを表現する過程で、考え方のよさや誤りに気付かせること。また、筋道を立てて考えを進め、よりよい考え方に高めさせること。
- 問題を解決したり、推論したりする過程で、帰納的な考え方や類推的な考え方、演繹的な考え方をいささせること。
- 考えを深めさせるために、考え方の根拠の明確化や一般化を図らせるような教師の問い掛けなどを工夫すること。
- 算数科の特質を踏まえ、国語科との関連を図りながら活動を工夫すること。
 - ・ 判断と理由の関係を明確にする。
 - ・ 比較の視点を明確にする。
 - ・ 互いの考えの共通点や相違点を整理し、ねらいに沿った話合いにする。

2 数学的な考え方の評価の在り方

算数科の評価の観点については、『算数への関心・意欲・態度』『数学的な考え方』『数量や図形についての技能』『数量や図形についての知識・理解』と設定されている。

新しい学習指導要領の趣旨を踏まえ、思考力・判断力・表現力等を育成するために基礎的・基本的な知識・技能を活用する学習指導を重視していることから「思考力・判断力・表現力」を総括した『数学的な考え方』の評価を着実に進めることが大切である。

この観点の評価に当たっては、思考力・判断力・表現力を切り分けることなく児童の説明や論述などの言語活動を通じて一体的に評価することが適切である。特に、数学的な考え方の観点の評価の趣旨に「表現したり、そのことから考えを深めたりする」と新たに付け加えられている。

＜『数学的な考え方』の評価の趣旨＞

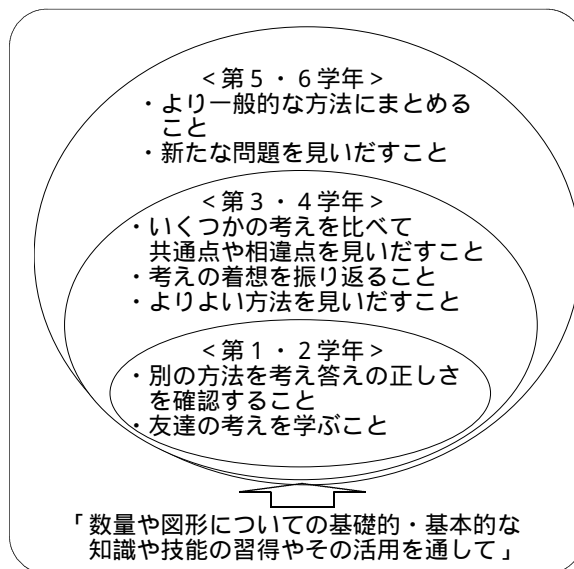
日常の事象を数理的にとらえ、見通しをもち筋道を立てて考え表現したり、そのことから考えを深めたりするなど、数学的な考え方の基礎を身に付けている。

「小学校、中学校、高等学校及び特別支援学校等における児童生徒の学習評価及び指導要録の改善等について」(平成22年5月)から

数学的な考え方の観点で「表現」を評価するとは、事象を数学的な推論の方法を用いて論理的に考察し表現するなど、思考・判断したことをその内容を表現する活動と一体的に評価することを意味している。一方、数量や図形についての技能の観点において数学的な表現を評価するとは、事象を数や式、図、表、グラフなどを用いて表現する技能を評価することを意味している。

また、数学的な考え方について、学年別の評価の趣旨を分析してみると、次のようにと

らえることができる。



例えば、第1学年の数学的な考え方の評価を次のように進めることができる。

「たしざん(2)」(1/8)

- 本時の目標
 - ・問題が加法の用いられている場面であることに気づき、答えの求め方を考えることができる。
- 『数学的な考え方』の評価規準
 - ・繰り上がりのある加法の計算の仕方を、具体物や言葉、式、図を用いて表現し考えている。
- 学習の展開
 - <学習課題>
 - こどもが すなばで 9人、すべりだいで 4人 あそんでいます。こどもは、あわせて なん人 いるでしょうか。

たかしくん

○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○

1 2 3 4 5 6 7 8 9

○ ○ ○ ○

10 11 12 13 と数え足す。

まざおくん

□ □ □ □ □ □ □ □ □ □

の9個のブロックに

□ □ □ □ の4個から

1つブロックをうご

かして10のかたまり

を作って、10と3で

13です。

すずよさん

○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○

● ○ ○ ○

÷ 4を1と3に分けて、

・ 9に1を足して10。

・ 10と3で13。

それぞれの考え方の正しさを、まず数え足しの方法から次にブロック操作、そして簡単な図を用いた方法と確認する。

次に、数学的な考え方として簡潔性の観点(算数のよさ)から、教師が「どの考え方が簡単で、分かりやすいかな？」あるいは、「お友達の方法でいいと思う方法はどれかな？。どうしてそう思うのか訳がいえるかな？」など問い掛け、解決方法のよさに気付かせる。

の問い掛けを基に、簡単で分かりやすい考え方についての説明や操作をペアやグループでさせる。その際、自分の考え方の正しさを別の方法で説明したり、友達の考え方を学んだりすることを重視する。(言語活動を通じた評価)

評価する際は、第1学年であることから、ノートに言葉でまとめることより、操作や図で考え方を説明する様子から見取することを心がけたい。

3 言語活動の工夫と数学的な考え方の評価の観点位置付けた指導計画の具体例

数学的な思考力や表現力を育成するために、まず単元全体を見通して有効な言語活動や、

数学的な考え方の評価の内容を指導計画に適切に位置付けることが大切である。

第5学年 「図形の合同と角」(11時間)

- 単元の『数学的な考え方』に関する指導目標
 - ・ 合同な三角形の能率的なかき方を考え、そのかき方を分かりやすく説明できるようにする。
 - ・ 多角形の内角の和を、三角形の内角の和を基に考え、筋道を立てて説明できるようにする。
- 単元の『数学的な考え方』の評価規準
 - ・ 図形の形や大きさが決まる要素に着目し、合同な図形のかき方を考え、図や言葉を用いて説明することができる。
 - ・ 三角形の内角の和を帰納的に見いだしたり、三角形の内角の和を基に、多角形の内角の和を演繹的に考えたりして、図や式、言葉を用いて説明することができる。

	指導のねらい	児童の意識	算数的活動(有効な言語活動)	指導上の留意点と評価の観点
合同な図形	・ 三角形は、どの要素で形や大きさが決まるか理解させる。	同じ三角形をかくにはどんな条件が必要かな。	コンパスや分度器を用いて合同な三角形をかく際に、頂点をどのように決めたらよいか考え、作図する。	○ どの辺や角を測ると合同な図形を作図できるか考えさせる。 【考】 合同な三角形の作図に必要な構成要素を考えている。
	・ 合同な三角形のかき方を理解させる。	合同な図形をかくには、どんな方法があるのかな。	合同な三角形を作図する活動を通して「3 辺」「2 辺夾角」「2 角夾辺」の条件が必要であることを説明する。	○ 作図した三角形が合同であるかなど根拠を基に説明させる 【技】 合同な三角形を作図することができる。
	・ 合同な図形の辺や角の性質を理解させる。 ・ 「対応する」の意味を理解させる。	対応する辺の長さや角の大きさにはどんな性質があるのかな。	重なる頂点、辺、角を調べ合同な図形の対応する辺の長さや角の大きさを調べる。	【知】 合同な図形では、対応する辺の長さや角の大きさが等しいことを理解することができる。
	・ 合同な四角形のかき方を理解させる。	合同な四角形の作図方法に、三角形での学習は使えないかな。	合同な四角形の作図を、三角形の作図を基に考える。4 辺が決まると四角形の形が決まるのか話し合う。合同な四角形の作図に必要な条件は何か説明する。	○ 辺や角のどこを測ると合同な図形を作図できるか三角形の学習を基に考えさせる。 【技】 四角形を 2 つの三角形に分け合同な三角形の作図方法を用いてかくことができる。
	・ 合同な四角形の対応する辺や角を確認させ、合同な三角形や四角形の作図ができるようにする。	合同な図形の作図に自信を付けたいな。	四角形の対応する辺や角を確認する。いろいろな合同な三角形や四角形をかく。	【知】 合同な四角形の対応する頂点や辺、角を指摘できる。 ○ いろいろな合同な三角形や四角形を作図させる。
三角形と四角形の角	・ 三角形の 3 つの内角の和は、形や大きさに関係なく、すべて 180° であることを理解させる。 ・ 三角形の内角の和を用いて、角度を計算して求める方法を考えさせる。	形が違う三角形でも、3 つの角を合わせたら 180° になるのかな。	いろいろな三角形の内角を、測ったり切り取って合わせたりして調べる。三角形の 3 つの角の大きさの和が 180° になることを帰納的に説明する。三角形の内角の和を基に、計算して三角形の内角や外角を求める。	○ いろいろな三角形を調べさせ三角形の 3 つの角の大きさの和が 180° になることを根拠を明らかにして説明させる。 【考】 三角形の 3 つの内角の和が 180° になることを帰納的に考え説明することができる。 【技】 三角形の内角や外角を計算で求めることができる。
	・ 四角形の 4 つの内角の和は、形や大きさに関係なく、すべて 360° であることを理解させる。 <次ページに具体例>	四角形は、三角形に分けられるので、三角形での学習は使えないかな。	四角形の内角を測ったり、敷き詰めたり、三角形に分けたりして内角の和を調べる。四角形の 4 つの角の大きさの和が 360° になることを三角形の学習を基に演繹的に説明する。	○ 三角形での学習を活用することができないか考えさせる。 【考】 四角形は三角形に分けられることから、三角形の内角の和を用いて、四角形の内角の和を演繹的に考え説明することができる。
	・ 四角形の性質を、合同な四角形を敷き詰める活動から理解させる。	どんな合同な四角形でも敷き詰めることができるのかな。	合同な四角形を敷き詰めて、四角形の内角の和が 360° になることを確かめたり、敷き詰められる理由を説明したりする。	○ 合同な四角形を敷き詰める活動を通して内角の和が 360° であることを説明させる。 【関】 敷き詰めの活動から四角形の内角の和や敷き詰められる理由を考えようとしている。
	・ これまでの学習を基に、多角形の内角の和を求めることができるようにする。	多角形の内角の和を簡単に求めることはできないかな。	多角形の角の大きさの和を三角形や四角形などに分けて演繹的に考え説明する。多角形の内角の和についてまとめる。	○ 三角形や四角形の学習を用いて、多角形の内角の和について考え説明させる。 【考】 多角形の内角の和の求め方を、表から式に表し考え、説明することができる。
	・ 平行四辺形の角の性質について根拠を基に説明できるようにする。	これまでの学習を使って説明できないかな。	平行四辺形の向かい合った角の大きさが等しい理由についてこれまでの学習から考え説明する。	○ 平行四辺形の向かい合った角の性質をこれまでの学習から説明させる。 【考】 平行四辺形の向かい合った角が等しい理由を説明することができる。

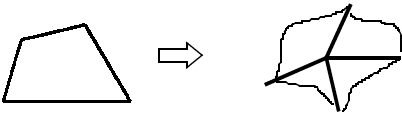
本指導計画では、児童の意識の流れや有効な言語活動を明確にし、指導のねらいに沿って児童に身に付けさせたい資質や能力を念頭に、学習活動における評価規準を設定している。また、単元の終末の段階でこれまでの学習内容を活用して、筋道を立てて考える数学的な考え方を評価する場面を設定している。

4 言語活動を通じた数学的な考え方の評価の具体化

三角形の学習を基にして，四角形の内角の和を演繹的に説明する学習での評価のあり方を具体的に述べる。

<本時のねらい>

- 四角形の4つの内角の和は，形や大きさに関係なくすべて 360° であることを理解させる。

主 な 学 習 活 動	
1	学習課題を受け止める。 三角形の3つの角の大きさの和は180°です。では，四角形の4つの角の大きさの和は何度になるかな？。
2	・ 分度器を使って4つの角の大きさを測ると簡単だ。 ・ 「敷き詰め」の考えは使えないかな。 学習問題を立てる。 ちがう方法で，四角形の4つの角の和を求めることはできないだろうか。
3	解決の見通しをもつ。 ・ 四角形を三角形に分けて考えよう。 ・ 三角形の「敷き詰め」の考えは使えないかな。
4	自力での解決をする。 4つの角を切って合わせる。  四角形に1つの対角線を引き，三角形に分ける。  ・ 三角形が2つできる。 ・ 式では，$180^\circ \times 2$と表される。 ・ 四角形の4つの角の和は360°になる。 四角形に2本の対角線を引き，三角形に分け，360°を引く。  ・ 三角形が4つできる。 ・ 式では，$180^\circ \times 4 - 360^\circ$で表される。 ・ 四角形の4つの角の和は$360^\circ$になる。
5	相互に練り上げをする。
6	本時のまとめをする。

ここで，特に大切にしたいことは，四角形の内角の和を求める際に，児童にどのような方法が簡潔さにつながるかを考えさせる学習活動を工夫することである。そのためには，相互に練り上げる段階で，いくつかの考え方を比較したり，分かりやすさを吟味したりする活動が重要になってくる。

<数学的な考え方のよさへの気づきとその評価>

1	教師の問い掛けの工夫 の考え方を提示し，その妥当性を児童それぞれが認めた後，教師は次のような問い掛けをし，考えを深めさせていく。
T	の考え方と の考え方は，どこが同じかな。違うところは，どこだろうか？
C	どちらも三角形がいくつあるのか対角線を引いて考えている。 対角線の数が違う。だから，考え方の式も違っている。
C	の考え方の式は，$180^\circ \times 2 = 360^\circ$ の考え方の式は，$180^\circ \times 4 - 360^\circ = 360^\circ$ の式の $- 360^\circ$ の部分は図で示すとどこだろうかと問い掛けることで，考え方を図で説明させることにつながる。
	数学的な考え方としてのよさを実感させるための問い掛けをする。
T	どちらの考え方が，分かりやすく簡単かな。どうしてそう思うのかな？。
C	私は， の方が分かりやすい。それは，対角線を1本引けばよいし，式が簡単だから。
	算数を学習する価値としての数学的な考え方のよさに気付かせる。
	解決の過程を振り返り，自他の考え方を確かめさせたり，考えのよさに気付いた自分を明確に意識させたりするような問い掛けをする。
T	・ 自分や友達の考え方で，どのようなところがよかったのかな。 ・ 自分の考えを変えたのは，友達のどの考え方からかな。その理由を式や図を用いて，説明することはできないかな。
C	最初は，4つの角を切って合わせるとよいと考えていた。でも，対角線を引いて三角形の数で考えていくと簡単だと分かった。
C	$180^\circ \times$ 三角形の数の式で考えていくとどんな図形でも同じようにできそうだったと思った。
	評価する際は，本時の数学的な考え方として四角形の内角の和を，三角形の内角の和が 180° であることを根拠に説明することができているかを中心に見取る。(説明の前に考え方を記録させておく。)
	新たな問題を見いだすための問い掛けをする。
T	六角形や七角形などの内角の和は，どのように考えていけばよいかな。
C	これまでの考え方をを用いて，六角形でも三角形がいくつできるか対角線を引いて考えるとよいと思います。(類推)
2	数学的な考え方を記録に残す工夫 学習中の観察や発表からだけの評価は困難を感じる。数学的な考え方を，具体的に評価するためには，どのような考え方をしたのか，考えのよさはどこにあったのか など個々の児童のノートやワークシートなどに記録させる。教師は，単元の途中や終末に総括的に評価する。
3	単元のまとめの段階での学習課題の工夫 単元全体を見通して，中心となる数学的な考え方から学習課題を提示し，論述させる。例えば，平行四辺形の向かい合った角が等しいことを説明しよう。

〔参考文献〕

教育出版『学習指導要領の解説と展開』 金本良道編著

文部科学省『小学校学習指導要領解説—算数編—』

(教科教育研修課)