高等学校数学科「数学Ⅱ」学習指導案

（パワーアップ研修・第２回研究授業）

実施日　　平成 29 年 11 月 20 日（月）
場　所　　301 教室
対　象　　数学Ⅱ発展ｂ受講者　16 名
教科書　　『新版数学Ⅱ』（実教出版）
授業者　　教諭　森村　靖彦

１　単　元　名　　３　三角関数

２　単元の目標

・数学的活動を通して，三角関数を扱う際の見方や考え方のよさを認識し，体系に関心をもつとともに，それらを事象の考察に進んで活用しようとする。【関心・意欲・態度】
・三角関数を扱う際の見方や考え方を身に付け，事象を数学的にとらえ，論理的に考えるとともに思考の過程を振り返り，多面的・発展的に考える。【数学的な見方や考え方】
・三角関数を扱う際の見方や考え方において，事象を数学的に考察し，表現し処理する仕方や推論の方法を身に付け，よりよく問題を解決する。【数学的な技能】
・三角関数を扱う際の見方や考え方における基本的な概念，原理・法則，用語・記号などを理解し，基礎的な知識を身に付けている。【知識・理解】

３　指導にあたって

⑴　教材観（教材に対する授業者の捉え方等）

本単元は，学習内容「（平面）図形の計量」の一つである。小学校では，面積について，まず直接重ね合わせて広さを比べることを通して広さをとらえ，比較する経験をする（１年)。その後，長さや重さなどを題材に測定の基礎や単位を学習し（２～３年)，これらを踏まえて長方形，正方形の面積の求め方を考える（４年)。その後，図形の性質をもとにして四角形や三角形の面積の求め方（５年)，円の面積の求め方を考える（６年)。また，角の大きさを量としてとらえて（４年)，多角形の内角の和を求めたり（５年)，正多角形の学習と関連させ円周率 3.14 を見出し，円周の長さを求めたりする（５年)。中学校では，小学校での円の学習について学び直すとともに，円周率πを用いることを扱う。さらに，円の一部としてのおうぎ形について，弧の長さや面積を求める（１年)。また，平面図形の 相似に関連して，周や面積の比について考えたり，三平方の定理を活用し，座標間の距離や長方形の対角線の長さなどを求めたりする（３年)。高等学校では，sin，cos，tan を導入し，正弦定理や余弦定理を見出し，図形の計量に利用する（数学Ⅰ)。また，三角形や円の性質を利用して，辺や角の大きさを求める（数学Ａ)。

本単元では，角の概念を一般まで拡張する意義や弧度法による角度の表し方について理解し，三角関数についてはそのグラフの特徴や相互関係などの基本的な性質を理解する。したがって，本単元の学習の結果，どのようものが解けるようになるのか，数学Ⅰの三角比などこれまでの学習とどう違うのかを考えさせることで，概念を拡張し理論を構築する意義を伝えたい。そして，数学の学習への関心を高め，計算力や思考力の向上につなげたい。

⑵　生徒観（生徒の状況等）

前期同様，全体として学習に取り組む意欲や姿勢があり，授業前後でもお互いに教え合う風景も見られるようになった。毎時出題する宿題（課題）も概ね取組は良好であり，疑問があれば問題集や課題帳に付箋紙を貼ってポイントを自分なりにまとめるなど，学習の工夫をする生徒も出てきた。反面，授業内容が進むにつれ理解の差がだんだんと大きくなってきた感があり，基礎・基本の定着を図りながら，どの生徒も何とかついていこう，学び続けようとする意欲を保つことが，今後の課題の一つとして挙げられる。

⑶　指導観（指導方針・方法等）

基本事項を確実に理解させるために丁寧な説明・板書を心がけ，特に扱う問題や発問については，指導のねらいである基礎的な概念や原理・法則を包含し，例えば次の条件を満たすようなものを扱っている。

・生徒の実態に即し，適度の抵抗感を感じさせるとともに解決の意欲を誘発するもの
・生徒から強い疑問や驚きを引き起こし数学のよさを感得できるもの
・解決の方法が多様であり，そのそれぞれに数学的な見方や考え方が多く含まれている

また，基礎・基本の確認として授業後に課題を与え，さらに，発展的な内容については授業内で自由提出型のレポートという形で出題しながら，学力の定着や学習意欲の向上を図っている。

4　単元の指導計画（総時数 18 時限(９校時分に相当)）

１節　三角関数（９時限）

２節　加法定理（９時限）・・・・本時は，２節の３・４時限目

5　本時の指導計画

(1)　本時の主題

タンジェントの加法定理

(2)　本時の目標

・加法定理に興味を示し，その導き方に意欲的に取り組むことができる。【知識・理解】

・三角関数の加法定理を導く過程の見方・考え方がわかる。【数学的な見方や考え方】

・具体的な問題に三角関数の加法定理を適用できる。【数学的な技能】

・三角関数の加法定理を導く過程を理解し，活用できる。【知識・理解】

(3)　本時の展開

<table>
<tr><th>過程</th><th>生徒の学習活動</th><th>指導上の留意点</th><th>評価規準</th></tr>
<tr><td>導入
（10 分）</td><td>①　学習問題を把握する。
→スクリーンを見るための“ベストポジション”は？

②　どのような場所が“ベストポジション”なのか考える。

③　学習課題を設定する。
縦６ｍのスクリーンが垂直な壁に掛かっていて，スクリーンの下端が目の高さより２ｍ上方の位置にある。このスクリーンを，縦方向に見込む角が最大となる位置は，壁から何ｍのところか。また，そのときの見込む角はおよそ何度か。</td><td>・具体的な場面を想定させて，生徒の思考を促したい。

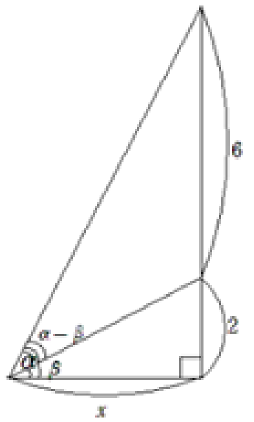
・縦方向に「見込む」角が最大となるときの場所が“ベストポジション”だと捉えさせる。

・縦方向に「見込む」角の意味を説明する。</td><td></td></tr>
<tr><td>展開１
（50 分）</td><td>①　学習課題に合う図を完成する。

②　学習課題について，解決の見通しを立てるために，具体的な数値（例えば$x=2$）として$\alpha-\beta$の角度を求める。

③　学習課題について，解決の見通しを立てる。
<生徒の反応例>
・直角三角形，三角比，円，方べきの定理，・・・
・もし三角比なら，角α，βの三角比を求めてみる。

④　学習課題に取り組む。(個→グループ→一斉は随時)
<生徒の反応例>
・$\sin\alpha=\dfrac{8}{\sqrt{x^2+64}}$，$\cos\alpha=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+64}}$，$\sin\beta=\dfrac{2}{\sqrt{x^2+4}}$，$\cos\beta=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+4}}$
・$\tan\alpha=\dfrac{8}{x}$，$\tan\beta=\dfrac{2}{x}$
・$\tan(\alpha-\beta)=\dfrac{\sin(\alpha-\beta)}{\cos(\alpha-\beta)}=\dfrac{\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta}{\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta}$
$=\cdots=\dfrac{8x-2x}{x^2+8\times2}=\dfrac{6}{x+\frac{16}{x}}\leqq\dfrac{6}{2\sqrt{x\times\frac{16}{x}}}=\dfrac{3}{4}$
（等号成立は$x=\dfrac{16}{x}$のとき，すなわち$x=4$のとき）
・よって，“ベストポジション”は壁から4m離れたところ。
・そのときの見込む角$\alpha-\beta$は，$\tan(\alpha-\beta)=\dfrac{3}{4}$を満たすものより，およそ37°。

⑤　発表する，発表を聞く過程を通して，解答をまとめる。</td><td>


・図に直角三角形が２つ現れることに注目させ，三角比の活用が解決の鍵になることに気づかせたい。

・0°＜α−β（＝θ）＜90°のとき
θが最大⇔tanθが最大
を利用することを伝える。

・式変形を工夫することで相加平均相乗平均の不等式が利用でき，$\tan(\alpha-\beta)$が最大となるときのxを求められることを伝える。</td><td>・具体的な問題に三角関数の加法定理を適用できる。【数学的な技能】</td></tr>
</table>

$\boxed{\text{展開２}}$ （20 分）	①　グループに分かれる。 ②　展開１の変形式を考察し，$\tan(\alpha-\beta)$が $\tan\alpha$ と $\tan\beta$ を用いた式で表せないか話し合う。 ＜生徒の反応例＞ ・式の中に$8x$や$2x$が現れていて，$\tan\alpha$や$\tan\beta$の値である$\frac{8}{x}$，$\frac{2}{x}$に似ている。 ・$8x$や$2x$は$\sin\alpha$，$\sin\beta$に由来するものだから，それを$\tan\alpha$，$\tan\beta$にするにはどうしたらよいか。 ・例えば$\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$だから，$\sin\alpha$を$\cos\alpha$で割れば$\tan\alpha$になる。 ・同様に，$\sin\beta$を$\cos\beta$で割れば$\tan\beta$になるので，$\frac{\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta}{\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta}$の分母分子を$\cos\alpha\cos\beta$で割れば，$\tan\alpha$や$\tan\beta$が現れそうだ。 ③　$\tan(\alpha-\beta)$を，$\tan\alpha$ と $\tan\beta$ を用いた式で表してみる。 ④　②にならって，$\tan(\alpha+\beta)$を，$\tan\alpha$ と $\tan\beta$ を用いた式で表してみる。	・グループに１枚用紙を配布し，話し合ってまとめたことを記入させる。 ・適宜話し合いが円滑に進むように，発問や机間指導を行う。 ・③のβを$-\beta$に置き換えても導けるが，サインとコサインの加法定理の復習も兼ねて，今回の方法で考えさせる。	・加法定理に興味を示し，その導き方に意欲的に取り組むことができる。【知識・理解】 ・三角関数の加法定理を導く過程の見方・考え方がわかる。【数学的な見方や考え方】 ・三角関数の加法定理を導く過程を理解し，活用できる。【知識・理解】
まとめ （10 分）	①　各グループでまとめたことを，全体に発表する。 ②　今回の学習を振り返り，本日の主題を書く。 ③　次回の予告をする。	・グループでまとめたことを発表する。 ・今回のタンジェントの加法定理が一般角でも適用できることを，次回説明する。	