

高等学校数学科「数学Ⅱ」学習指導案
(パワーアップ研修・第3回研究授業)

実施日	平成30年2月8日(木)
場 所	301 教室
対 象	数学Ⅱ 発展b 受講者 14名
教科書	『新版数学Ⅱ』(実教出版)
授業者	教諭 森村 靖彦

1 単 元 名 5 微分・積分

2 単元の目標

- ・微分・積分の考えに関心をもつとともに、それらを事象の考察に活用しようとする。【関心・意欲・態度】
- ・微分・積分の考えを身に付け、具体的な事象について考察することができる。【数学的な見方や考え方】
- ・関数の値の変化や面積を微分・積分の考えを用いて表現し、的確に処理することができる。【数学的な技能】
- ・微分・積分の考えについて理解し、基礎的な知識を身に付けている。【知識・理解】

3 指導にあたって

(1) 教材観 (教材に対する授業者の捉え方等)

本単元は、学習内容「関数の活用と表現」の一つである。小学校では、和が一定など簡単な2量の関係を見出し、日常的な問題の解決を図る(4年)。これらの学習経験を経て、比例関係にある2量を見出し、日常的な問題を解決する(6年)。なお、小学校では問題の解決に際して関数関係にある2量を表に整理し関係を見出すことが多い。中学校では、比例や反比例の関係を見出す(1年)、1次関数と見なす(2年)、関数と見なす(3年)などして日常的な問題を解決する。なお、中学校より、表、式、グラフを問題に即して相互に関連づけながら活用していく機会が多くなる。高等学校では、関数の最大・最小を活用して日常的問題を解決するなど小学校や中学校の流れを受けた学習のほか、微分法と関連して物理など他教科との関連が強い事項についても扱う。

微分・積分の概念は、いろいろな事象を数理的に扱うのに有用である。様々な関数の微分・積分については「数学Ⅲ」で扱う。ここでは、簡単な関数に限定して、瞬間の速さや面積などの具体的な事象の考察を通して微分・積分の考えを理解させ、その考えのよさを認識できるようにするとともに、関数の値の変化を調べるなど、事象を数学的に考察し処理する能力を伸ばしたい。

(2) 生徒観 (生徒の状況等)

後期の授業は週3校時と前期よりも増加し、授業内容も生徒にとって難しく感じられるものが増えてきている感がある。一方、生徒は毎時に出題する宿題(課題)をこなし、授業前後でもお互いに教え合う風景もあって、学習に関して意欲的である。授業者が気になることとしては、生徒間の理解の差をどううめていくか、また真新しい課題に対し自ら考え抜き解決していこうとする力をどのように付けさせていくかの2点である。後者については、まず計算力の向上を柱に実践している。

(3) 指導観 (指導方針・方法等)

基本事項を確実に理解させるために丁寧な説明・板書を心がけ、特に扱う問題や発問については、指導のねらいである基礎的な概念や原理・法則を包含し、例えば次の条件を満たすようなものを扱っている。

- ・生徒の実態に即し、適度の抵抗感を感じさせるとともに解決の意欲を誘発するもの
- ・生徒から強い疑問や驚きを引き起こし数学のよさを感じ得できるもの
- ・解決の方法が多様であり、そのそれぞれに数学的な見方や考え方が多く含まれている

また、基礎・基本の確認として授業後に課題を与え、さらに、発展的な内容については授業内で自由提出型のレポートという形で出題しながら、学力の定着や学習意欲の向上を図っている。特に後期では、計算力の向上を掲げ、ドリルなどの反復練習を取り入れている。

4 単元の指導計画（総時数 32 時限(16 校時分に相当)）

1 節 微分法（10 時限）

2 節 微分法の応用（10 時限）・・・本時は、2 節の 5・6 時限目

3 節 積分法（12 時限）

5 本時の指導計画

(1) 本時の主題

関数の最大・最小

(2) 本時の目標

- ・導関数を活用して、関数の増加、減少を調べる考え方に関心をもち意欲的に取り組むことができる。

【数学への関心・意欲・態度】

- ・導関数を活用して、関数の増減を調べる過程の見方・考え方がわかる。【数学的な見方や考え方】

- ・導関数を活用して、関数の増減、極値を調べ、関数の最大値（最小値）が求められる。【数学的な技能】

- ・増減表やグラフを活用して、関数の最大、最小を調べることにより、日常の事象の問題解決に微分法が有用であることを理解している。【知識・理解】

(3) 本時の展開

過程	生徒の学習活動	指導上の留意点	評価規準
導入 (20 分)	<p>① 導入課題を設定する。</p> <p>1 辺の長さが 24cm の正方形の厚紙の四隅から、同じ大きさの正方形を切り取り、残りの部分を折り曲げて、ふたのない箱をつくる。このとき、この箱の容積の最大値を求めよ。</p> <p>② 導入問題を解く。</p> <p><生徒の反応例></p> <ul style="list-style-type: none"> ・yがxの3次関数なので、関数をxで微分して増減表を作り、それをもとにグラフをかいてみる。 ・増減表があれば、グラフをかかなくても最大値や最小値は求められる。 <p>③ 答え合わせをする。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・何が分かると容積を求められるかを考えさせる。 ・切り取る正方形の1辺の長さをx cm、箱の容積をycm³とすると、yはxの3次関数になる。したがって、yの最大値を求めるときは、関数をxで微分して増減を調べることに気づかせたい。 	<ul style="list-style-type: none"> ・導関数を活用して、関数の増加、減少を調べる考え方に関心をもち意欲的に取り組むことができる。 【数学への関心・意欲・態度】 ・導関数を活用して、関数の増減を調べる過程の見方・考え方がわかる。 【数学的な見方や考え方】 ・導関数を活用して、関数の増減、極値を調べ、関数の最大値（最小値）が求められる。【数学的な技能】

展開

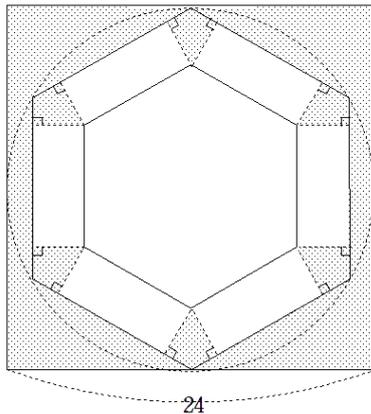
(50分)

① 学習課題を設定する。

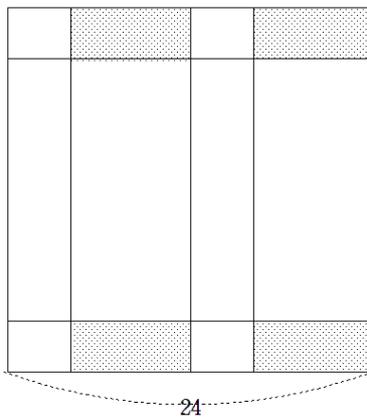
1辺の長さが 24cm の正方形の厚紙から（一部を切り取って）、できるだけ容積が大きな箱をつくりたい。次の3つの箱の展開図なら、どれを選んだらよいだろうか。

② 予め用意した3つのタイプの展開図を用意し、それぞれのグループに与える。各班は、担当の展開図をもとに組み立てた箱の容積を立式する。班内で話し合ったことは共通理解しておく。【エキスパート活動】

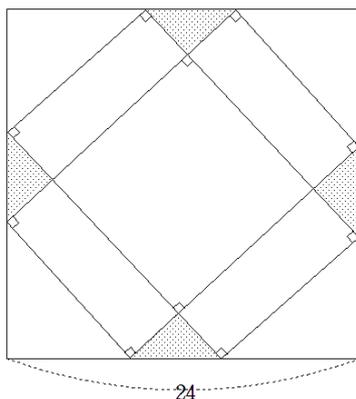
A班 ふたなしの正六角柱の展開図



B班 ダンボール型直方体の展開図



C班 おしゃれな？箱（直方体）の展開図



(図の塗りつぶし部分は、切り取る場所)

・具体的な場面が想起できるようにするための導入問題なので、具体物を用いて進めていきたい。

・切り取る部分のある長さを x cm, 箱の容積を y cm^3 とおいて、箱の容積を立式するように指示する。

・実際に解決を試みる。その際に、 x の値のとりうる範囲（定義域）を考えておく。

・適宜話し合いが円滑に進むように、発問や机間指導を行う。

	<p>③ ・A班, B班, C班から1名ずつは入るような班に再構成する。エキスパート活動の内容を伝え合う。その後, 本時の学習課題を解決する際にどうすればよいかを話し合い, 解決を図る。【ジグソー活動】</p> <p><生徒の反応例></p> <ul style="list-style-type: none"> ・体積を関数で表したものはすべて異なり, 設定したxの値によって体積は変わる。 ・それぞれの体積を表す関数の値を調べるために, 関数を微分して増減表を作成してみよう。 ・すべての立体について, 体積を表す関数の最大値を調べ, それを比べればよい。 <p>・全体で意見を出し合い, 本時の学習課題の解決を図る。</p> <p style="text-align: center;">【クロストーク】</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・グループでまとめたことを発表する。 	<ul style="list-style-type: none"> ・導関数を活用して, 関数の増加, 減少を調べる考え方に関心をもち意欲的に取り組むことができる。 <li style="text-align: center;">【数学への関心・意欲・態度】 ・導関数を活用して, 関数の増減を調べる過程の見方・考え方がわかる。 <li style="text-align: center;">【数学的な見方や考え方】 ・導関数を活用して, 関数の増減, 極値を調べ, 関数の最大値(最小値)が求められる。【数学的な技能】
<p>まとめ (20分)</p>	<p>① 学習課題の解決に際し, 気づいたことをまとめさせる。</p> <p><生徒の反応例></p> <ul style="list-style-type: none"> ・3次関数の最大・最小は, 微分を用いて導関数を利用することにより調べられる。 ・体積を最大にするには, ふたのない正n角形で, nがより大きな自然数となるような立体であることが予想できる。 ・関数のグラフは, $y' = 0$となるxの値がx軸との共有点のx座標であること, 特に重解をもつ場合は接点になっている。 <p>② 今回の学習を振り返り, 本日の主題を書く。</p> <p>③ 次回の予告をする。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・ジグソー活動の班で, 学習活動を行う。 ・時間の許す限り, 発表してもらおう。 	<p>増減表やグラフを活用して, 関数の最大, 最小を調べることにより, 日常の事象の問題解決に微分法が有用であることを理解している。【知識・理解】</p>

(補足) ジグソー法について・・・次の流れで授業を展開し, 知識等を構成していく学習方法。

学習形態	活動内容
① 学習課題の確認	本時の学習課題を確認し, 課題解決の見通しを全体で共有する。
② エキスパート活動	エキスパート資料(課題)をもとに, 自力解決を図り, 班内で意見交換をし, 資料の要点を話し合う。
③ ジグソー活動	各エキスパート班で出した要点を伝え合い, 本時の問題を解決する際に, どのように活用していくのかを話し合う。
④ クロストーク	全体で意見を出し合い, 本時の学習問題を解決するための方法を学級全体で話し合う。まとめの段階にあたる。

参考資料: 協調学習 授業デザインハンドブック (<http://coref.u-tokyo.ac.jp/archives/14883>) より