数学科学習指導案

日　時：令和８年 12 月１日(火) ５校時
学　級：２年１組（普通科理系）
　　男子 11 名女子 10 名 計 21 名
場　所：２年１組教室
授業者：徳富　寛

1　単元名

数学Ｃ　１章　ベクトル　　使用教科書　東京書籍「数学Ｃ　Advanced」

2　単元観

本単元で扱う「ベクトル」は、「向き」と「大きさ」という２つの要素を合わせて１つの量として表す数学的なツールである。

これまで生徒が学んできた図形の問題では、図の特徴に気づいたり適切な補助線を引いたりといった直感的な解き方に頼る場面が多くあった。これに対し、ベクトルを導入することで、図形の性質や位置関係を「計算（数式処理)」に置き換えて、筋道立てて解き明かすことができるようになる。

指導にあたっては、単なる公式の暗記や計算演習にとどめることなく、「ベクトルを使うことで複雑な図形問題がすっきり解ける面白さ」や「実生活や科学技術の中で幅広く活用されている有用性」を実感させ、主体的に問題解決に向かう姿勢を育てたい。

3　生徒観

本クラスは普通科の理系クラスである。数学を得意とする生徒から苦手とする生徒まで在籍しており、数学の学力には幅が見られる（参考：２年７月進研模試 全国偏差値 38.9～68.4、平均偏差値 47.4)。

授業に対する姿勢は真面目である一方、自ら発言したり質問したりするなどの積極的な姿勢は見られず、授業態度はやや受動的である。これまでの指導において、最初の単元テストで１桁台の得点だった生徒が見られたことから、基礎的な知識・技能の定着を図るため、小テストを継続的に実施してきた。その結果、現在では１桁台の得点者はいなくなるなど、着実に成果が見られている。

一方で、宿題の提出状況には課題があり、授業内での理解を深めるために「授業評価プリント」を導入した。その結果、生徒の学力向上にはつながっているものの、授業の進度が遅れがちになるという新たな課題も生じている。今後は、基礎的な知識・技能の定着を図りながら、生徒が主体的に考え、表現する機会を充実させ、思考力を伸ばしていくことが課題である。

4　単元の目標

ベクトルについての基本的な概念や原理・法則を体系的に理解するとともに、数学的な表現の工夫について認識を深め、事象を数学化したり、数学的に解釈したり、数学的に表現・処理したりする技能を身に付けるようにする。

大きさと向きをもった量に着目し、演算法則やその図形的な意味を考察する力、図形や図形の構造に着目し、それらの性質を統合的・発展的に考察する力、数学的な表現を用いて事象を簡潔・明瞭・的確に表現する力を養う。

数学のよさを認識し数学を活用しようとする態度、粘り強く柔軟に考え数学的論拠に基づいて判断しようとする態度、問題解決の過程を振り返って考察を深めたり、評価・改善したりしようとする態度や創造性の基礎を養う。

5　単元の評価規準

知識・技能	思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度
・平面上のベクトルの意味、相等、和、差、実数倍、位置ベクトル、ベクトルの成分表示について理解している。 ・ベクトルの内積及びその基本的な性質について理解している。 ・座標及びベクトルの考えが平面から空間に拡張できることを理解している。	・実数などの演算の法則と関連付けて、ベクトルの演算法則を考察することができる。 ・ベクトルやその内積の基本的な性質などを用いて、平面図形や空間図形の性質を見いだしたり、多面的に考察したりすることができる。 ・数量や図形及びそれらの関係に着目し、日常の事象や社会の事象などを数学的に捉え、ベクトルやその内積の考えを問題解決に活用することができる。	・ベクトルを用いて事象を考察することのよさを認識し、問題解決に活用しようとするとともに、粘り強く考え、数学的な根拠に基づいて判断しようとしている。 ・問題解決の過程を振り返って考察を深めたり、評価・改善したりしようとしている。

6　単元の指導と評価の計画（全 18 時間）（○…評定に用いる評価、●…学習改善につなげる評価）

※　研究授業は「本時」と明示すること。

時	ねらい・学習活動	知	思	態	評価規準等
1節　平面上のベクトル　1時間	1　ベクトルの意味 2　ベクトルの加法・減法・実数倍 ・向きと大きさを持つ量（有向線分）としてのベクトルの定義を理解し、基本演算（加法・減法・実数倍）ができる。 ・矢印を用いたベクトルの合成・分解の作図を行う。 ・平行条件や一次独立の考え方に触れ、式変形・計算演習に取り組む。	○ ●		○	【知識・技能】 ・ベクトルの加法・減法・実数倍について作図や計算が正しくできる。 【主体的に学習に取り組む態度】 ・矢印による可視化を活用しながら、図形上のベクトルの関係を粘り強く求めようとしている。
	3　ベクトルの成分 ・座標平面上におけるベクトルの成分表示と大きさを理解し、成分を用いた演算ができる。 ・平面上の点を成分で表し、ベクトルの加法・減法・実数倍を成分計算に置き換えて処理する。 ・成分による平行条件を確認する。	○ ●	○ ●		【知識・技能】 ・成分表示されたベクトルの演算や大きさを正確に計算できる。 【思考・判断・表現】 ・図形的な性質（平行や長さ）を、成分計算に置き換えて簡潔に論理立てて説明できる。
	4　ベクトルの内積**（本時 10 時間目）** ・内積の定義や成分表示、性質を理解し、なす角や垂直条件の判定に応用できる。 ・内積の定義と成分表示の結びつきを確認する。	○ ●	○ ●		【知識・技能】 ・内積の定義や成分を用いた計算、垂直条件の判定ができる。 【思考・判断・表現】 ・2 つのベクトルの位置関係（垂直・なす角）を求める際、内積の性質を用いて解法を論理的に組み立てられる。

2節 ベクトルの応用 6時間	1　位置ベクトル ・基準点（始点）を揃えた位置ベクトルの考え方を理解し、分点公式や交点の位置ベクトルを求められる。 ・内分点・外分点・重心の位置ベクトル公式を導出し、適用する。 ・三角形の交点の位置ベクトルを、2通りの表し方（または係数和＝1の利用）を用いて求める課題に取り組む。	○ ●	○ ●		【思考・判断・表現】 ・図形の交点などを求める際、一次独立性や条件式を組み合わせて論理的な手順で位置ベクトルを導くことができる。 【知識・技能】 ・内分・外分の位置ベクトル公式を正しく適用して計算できる。
	2　ベクトル方程式 ・直線や円を表すベクトル方程式の構造を理解し、条件を満たす図形（点の集合）を考察できる。 ・直線のベクトル方程式や円のベクトル方程式の式変形を行う。 ・与えられたベクトル方程式がどのような図形を表すかグループで議論・解釈する。	○ ●	○ ●		【知識・技能】 ・直線や円のベクトル方程式を基本形に変形・処理できる。 【思考・判断・表現】 ・ベクトル方程式が表す図形の性質を捉え、点の存在する範囲や形状を論理的に説明できる。
単元まとめ 2時間	・単元全体を通してベクトルの有用性を確認し、学習の振り返りと自己評価を行う。 ・平面図形の問題を初等幾何とベクトルの両面から比較し、ベクトルのメリット（機械的に計算処理できる点など）を言語化する。 ・振り返りシートを記入する。			○	【主体的に学習に取り組む態度】 ・ベクトルを用いた解法の利点や自らの理解度を客観的に捉え、今後の学習に向けた改善点や振り返りを記述できている。

7　本時の実際

（1）本時の目標

ベクトルの内積の性質を活用して三角形の面積を求めるとともに、三角形の面積について様々な公式を求めることで、それぞれの公式の特徴やよさを考察することができる。

（2）本時の展開

過程	学習内容・活動	指導上の留意点	評価の観点
導入① 10分	・前時までの復習 5分間テスト	・プリントを配布し、裏面のテストに取り組ませる。 ・必要があれば解説する。 ・テスト中に本日の問題を板書する。	
導入② 5分	・三角形の面積を求めるための公式や必要な条件を考える。	・三角形の面積を求めるためにいくつの方法があるのか考える。周りに相談したり、タブレットを使用したりしても良い。	【主体的に取り組む態度】 三角形の面積を求める方法について、他者と協働しながら粘り強く考察しようとしている。

展開① 10分	・実際に三角形の面積を求める。	・ワークシートを配布し、いくつかの解法を順に解いていく。忘れている公式等があればタブレット等を利用して確認しても良い。 ・ワークシートをスムーズに解くことができない生徒については、周りと相談しながら取り組んで良いことも伝える。	
展開② 5分	・教科書P34 例題1の解説 問1(1)の解説	・ワークシートの解法⑤を解くために2つの公式を解説する。	
展開③ 10分	・問1(2)とワークシート解法⑤を解く。	・2つの公式と①～④で求めた値を利用して、解法を共有し、特徴を比較する。	
まとめ 10分	・授業評価プリントに取り組む。	・今日、学んだことが理解できたか確認するために演習に取り組む。本時のワークシートなどを参考にしても良い。	【知・技】 今まで学んできた知識を利用して、三角形の面積を求めることができたか確認する。 (授業評価プリント)

8　本時の評価

観点	知識・技能	主体的に学習に取り組む態度
評価基準	三角形の面積を求める問題に対し、これまで学習した知識を総合的に活用し、多様な方法を用いて面積を求めることができる。	三角形の面積の求め方について、他者と協働したり、タブレット等を利用したりしながら、粘り強く考察しようとしている。
「十分満足できる」状況(A)	それぞれの解法の違いを理解し、複数の方法で面積を導くことができる。	協働的な学びを牽引しながら多角的に考察している。
「おおむね満足できる」状況(B)	これまで学習した知識のうち、少なくとも1つ以上の適切な方法を選択し、筋道立てて面積を求めることができる。	三角形の面積を求めるために、他者と協働したり、タブレット等を利用したりしながら、粘り強く考察しようとしている。
「努力を要する」状況(C) および C 評価の生徒に対する支援	B に達していない。 →今までのプリントを振り返らせたり、周囲の生徒やタブレットを活用したりして、まずは1つの公式に当てはめて立式できるよう促す。	B に達していない。 →机間指導等で声をかけて、つまずきの箇所を一緒に確認し、周囲と対話するきっかけを作ったり、タブレットで調べる具体的なキーワードを提示したりする。

5分間テスト　　ベクトルの成分　復習

---

1 3点 A(3, 1), B(−2, 5), C(4, −1) について，次のベクトルを成分表示せよ。また，その大きさを求めよ。

(1) $\overrightarrow{AB}$　　(2) $\overrightarrow{AC}$

2 次のベクトル $\vec{a}$, $\vec{b}$ について，内積 $\vec{a}\cdot\vec{b}$ を求めよ。

(1) $\vec{a}=(2, -3)$, $\vec{b}=(-4, 6)$　　(2) $\vec{a}=(2, 1)$, $\vec{b}=(3, -6)$

3 次の2つのベクトルのなす角 θ を求めよ。

(1) $\vec{a}=(\sqrt{3}, 1)$, $\vec{b}=(-\sqrt{3}, 1)$

(2) $\vec{a}=(2, -3)$, $\vec{b}=(-4, 6)$

参考

内積と三角形の面積

ベクトルの内積を用いて，三角形の面積を求めることを考えてみよう。

例題 1 三角形の面積

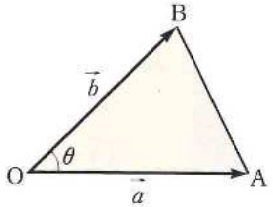
△OAB において，$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$ とするとき，△OAB の面積 S は次のように表されることを証明せよ。

$$S=\frac{1}{2}\sqrt{|\vec{a}|^2|\vec{b}|^2-(\vec{a}\cdot\vec{b})^2}$$

証明

$\angle AOB=\theta$ とおくと

$$S=\frac{1}{2}|\vec{a}||\vec{b}|\sin\theta \qquad \cdots\cdots ①$$



また，$\cos\theta=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}$ より

$$\sin^2\theta=1-\cos^2\theta=1-\frac{(\vec{a}\cdot\vec{b})^2}{|\vec{a}|^2|\vec{b}|^2}=\frac{|\vec{a}|^2|\vec{b}|^2-(\vec{a}\cdot\vec{b})^2}{|\vec{a}|^2|\vec{b}|^2}$$

$0^\circ<\theta<180^\circ$ より，$\sin\theta>0$ であるから

$$\sin\theta=\frac{\sqrt{|\vec{a}|^2|\vec{b}|^2-(\vec{a}\cdot\vec{b})^2}}{|\vec{a}||\vec{b}|}$$

これを ① に代入すると

$$S=\frac{1}{2}\sqrt{|\vec{a}|^2|\vec{b}|^2-(\vec{a}\cdot\vec{b})^2}$$

問 1 例題 1 の結果を利用して，次の問に答えよ。

(1) 原点 O と $A(a_1, a_2)$，$B(b_1, b_2)$ を頂点とする △OAB の面積 S は

$$S=\frac{1}{2}|a_1b_2-a_2b_1|$$

と表されることを証明せよ。

(2) 3 点 O(0, 0)，A(4, 2)，B(−1, 1) を頂点とする三角形の面積を求めよ。

2 | ベクトル方程式

x，y についての方程式を用いて平面上の図形を表してきたように，位置ベクトルを用いて平面上の図形を表すことについて調べてみよう。

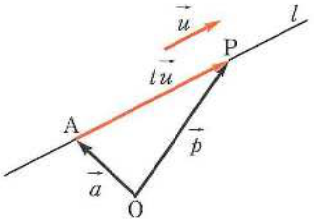
直線のベクトル方程式

定点 $A(\vec{a})$ を通り，$\vec{0}$ でないベクトル $\vec{u}$ に平行な直線 l を考えてみよう。

この直線 l 上の任意の点を $P(\vec{p})$ とすると

P が A と異なる点のとき　$\overrightarrow{AP}\ /\!/\ \vec{u}$

P が A と一致するとき　$\overrightarrow{AP}=\vec{0}$



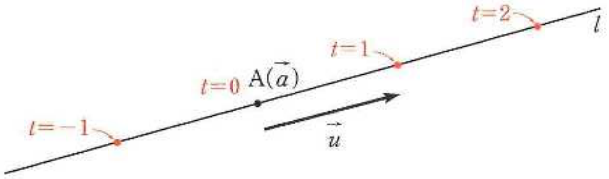
よって

$$\overrightarrow{AP}=t\vec{u}$$

となる実数 t がある。

ここで，点 O を位置ベクトルの基準の点とすると，$\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AP}$ であるから　$\vec{p}=\vec{a}+t\vec{u}$ $\cdots\cdots ①$

逆に，① において，t がすべての実数値をとって変化すると，点 $P(\vec{p})$ は直線 l 上のすべての点を動く。



よって，① で表される点 $P(\vec{p})$ の全体は直線 l と一致する。

① を直線 l の **ベクトル方程式** といい，t を **媒介変数** という。

また，① の $\vec{u}$ のように直線 l の方向を定めるベクトルを，直線 l の **方向ベクトル** という。

授業評価プリント　数学C　第1章　№.　　2年(　)組(　)番　氏名(　　)

---

1 3点 A(0, −1), B(2, 5), C(−1, 1) を頂点とする △ABC の面積 S を求めたい。

(1) $\angle BAC=\theta$ とするとき, $S=\frac{1}{2}|\overrightarrow{AB}|\cdot|\overrightarrow{AC}|\sin\theta$ を使って面積を求めたい。

$\overrightarrow{AB}=$ [　　,　　] より $|\overrightarrow{AB}|=$ [　　]

$\overrightarrow{AC}=$ [　　,　　] より $|\overrightarrow{AC}|=$ [　　]

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=$ [　　] より $\cos\theta=$ [　　] 、 $\sin\theta=$ [　　]

よって $S=$ [　　]

(2) P34 の公式 $S=\frac{1}{2}\sqrt{|\vec{a}|^2|\vec{b}|^2-(\vec{a}\cdot\vec{b})^2}$ を用いると

$S=$ [　　]

2 次の3点を頂点とする三角形の面積を求めよ。

(1) O(0, 0), A(1, 3), B(2, 1)

(2) A(4, 2), B(−1, 3), C(−2, −2)

本人反省	評価

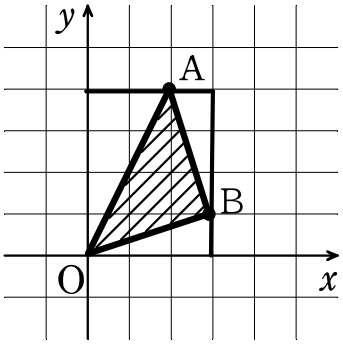
12月1日　ワークシート　　2年(　　)組(　　)番　氏名(　　)

【今日の問題】

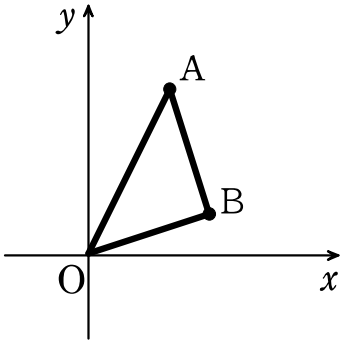
3点O(0 , 0), A(2, 4) , B(3 , 1) を頂点とする△OABの面積 S を求めたい。

いくつの解き方が考えられるでしょうか？

《解法①》中学生でも解ける



《解法②》数学Ⅰ　「図形と計量(三角比)」ならば



(1)　3つの辺の長さを求めよ。(三平方の定理)

OA＝□

OB＝□

AB＝□

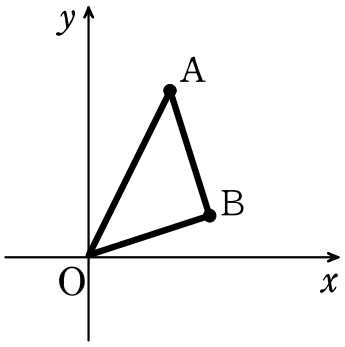
(2)　$\angle AOB=\theta$　とおくとき，余弦定理よりθの角度を求めよ。

(3)　面積 S を求めよ。

《解法③》数学Ⅱ　「図形と方程式」ならば

⑴　2点A , B の距離は

AB＝□



⑵　直線ABの方程式を求めよ。

⑶　直線ABと原点Oの距離を求め，面積 S を求めよ。

《解法④》数学C　「ベクトル」を利用すると

$\overrightarrow{OA}=$□（　，　）　$\overrightarrow{OB}=$□（　，　）　より　$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=$□　であるから

$\cos\theta=$□$=$□

$\sin\theta=$□　より　$S=$□

《解法⑤》数学C　「ベクトル」P34 の公式を利用すると

《解法⑥》数学Ⅰ　「図形と計量」のヘロンの公式

《解法⑦》数学Ⅱ　「微分と積分」の積分を利用して面積を求める。