

鹿児島県総合教育センター
平成26年度長期研修研究報告書

研究主題

**事象を数理的に考察し表現する能力を高める
学習指導に関する研究**

—文字を用いることのよさを実感させる指導の工夫を通して—

霧島市立舞鶴中学校

教諭 針原 謙一

目 次

I	研究主題設定の理由	1
II	研究の構想	
1	研究のねらい	1
2	研究の仮説	1
3	研究の計画	2
III	研究の実際	
1	研究主題や研究のねらいに関する基本的な考え方	2
(1)	事象を数理的に考察し表現することについて	2
(2)	数学的活動について	3
(3)	数学的な表現について	3
(4)	小学校算数科や高等学校数学科との関連について	5
(5)	文字を用いることのよさについて	6
2	生徒の実態	7
(1)	実態調査の概要	7
(2)	実態調査の分析と考察	7
3	文字を用いることのよさを実感させる指導の工夫	9
(1)	研究の視点	9
(2)	【視点1】数学的な表現を相互に関連付けられる学習問題の設定	9
(3)	【視点2】互いに説明し伝え合う活動の充実	11
(4)	【視点3】見通し・振り返り活動の充実	12
4	検証授業の実際	13
(1)	検証授業Ⅰの実際	13
(2)	検証授業Ⅰの分析と考察	17
(3)	検証授業Ⅱの実際	18
(4)	検証授業Ⅱの分析と考察	22
(5)	事後調査の分析と考察	23
IV	研究のまとめ	
1	研究の成果	26
2	今後の課題	26

〈引用・参考文献〉

I 研究主題設定の理由

中学校学習指導要領の数学科の目標には、「数学的活動を通して」や「事象を数理的に考察し表現する能力を高める」という文言が明記されており、数学的活動の充実や数学的な思考力・表現力の育成が重視されている。これらは、中央教育審議会答申^{*1)}（2008）における算数、数学の改善の基本方針で示された「算数的活動・数学的活動を一層充実させる」こと及び「数学的な思考力・表現力は、合理的、論理的に考えを進めるとともに、互いの知的なコミュニケーションを図るために重要な役割を果たすものである」ということを受けたものである。

平成25年度「鹿児島学習定着度調査」の報告書^{*2)}では、県全体として「基礎・基本」に関しては、おおむね定着しているが、「思考・表現」に関しては課題があることが指摘されている。本校数学科においても県全体と同様の傾向が見られ、その結果を更に内容・領域別に分析してみると、「数と式」と「関数」領域の通過率が低く、その中でも文字を用いた式に関する問題の通過率が低いことが明らかとなった。これらのことを踏まえ、本校数学科では、数学的活動を充実させながら、文字を用いた式の指導の工夫改善を行うことで、事象を数理的に考察し表現する能力を高める必要があると考えた。

また、これまでの本校での文字を用いた式の指導を振り返ってみると、文字を用いた式の指導が計算技能の習熟に偏ってしまい、文字を用いることのよさについての指導が不十分であった。具体的には、文字を用いて事象の中にある数量やその関係を式に表したり、式の意味を読み取ったり、互いに説明させたりする指導が不十分であった。これらのことが、文字を用いた式に関する問題の通過率が低いことの要因であると考えられる。

そこで、本研究では、事象を文字を用いて数理的に考察し表現できる能力を育成するためには、計算技能の習熟だけでなく、文字を用いることのよさを実感させることが重要であると考え、まず、先行研究や実態調査などを踏まえ、文字を用いることのよさや文字式の学習指導上の課題について明らかにすることにした。その上で、文字を用いることのよさを実感させるための指導を工夫し、数学的活動を充実させることで、事象を数理的に考察し表現する能力を高められるのではないかと考え、本研究の主題を設定した。

II 研究の構想

1 研究のねらい

- (1) 学習指導要領や先行研究を基に、小学校算数科や高等学校数学科との関連を踏まえながら、事象を数理的に考察し表現することや文字を用いることのよさについて明らかにする。
- (2) 実態調査の分析・考察を通して、本校数学科の学習指導上の課題を明らかにする。
- (3) 事象を数理的に考察し表現する能力を高めるために、数学的活動の充実を通して、文字を用いることのよさを実感させる指導の工夫を明らかにする。
- (4) 検証授業の分析・考察を通して、本研究の成果と課題を明らかにする。

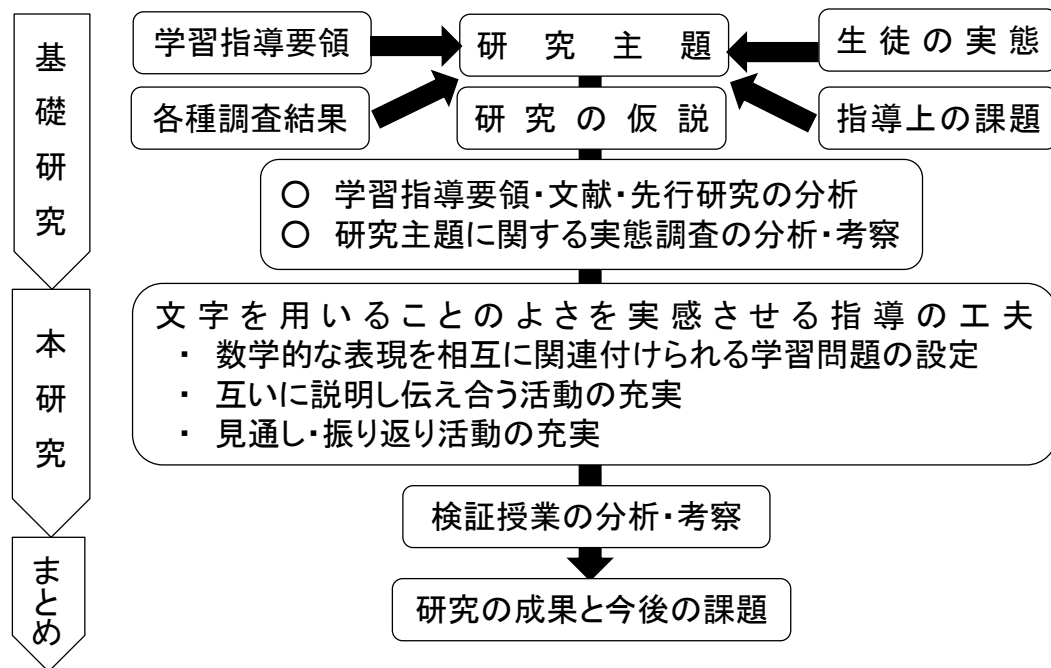
2 研究の仮説

中学校数学科において、数学的活動の充実を通して、文字を用いることのよさを実感させるための指導を工夫すれば、事象を数理的に考察し表現する能力を高めることができるのではないかと。

^{*1)} 『幼稚園、小学校、中学校、高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善について（答申）』
中央教育審議会 2008

^{*2)} 鹿児島県教育委員会 『平成25年度鹿児島学習定着度調査結果報告書』 平成26年3月

3 研究の計画



III 研究の実際

1 研究主題や研究のねらいに関する基本的な考え方

(1) 事象を数理的に考察し表現することについて

算数・数学教育では、小・中・高等学校を通じて、事象を数理的に考察し表現する能力を高めることを大切にしている。中学校数学科では、日常的なものにとどまらず、様々な事象を数理的に捉え、考察し、表現したり処理したりする能力を高めることをねらいとした指導が行われる。事象を数理的に考察することは、主に二つの場面で行われる。一つは、日常生活や社会における事象を定式化し、数学の手法によって処理し、その結果を現実に照らして解釈するなどの、「数学を利用する場面」である(図1)。例えば、水を熱し始めてから、ある温度になるまでの時間を知りたいとき、時間と水温の関係をグラフに表し、おおむね直線上に並んでいることから一次関数 $y = ax + b$ とみなして予測する学習活動が挙げられる。もう一つは、数や図形の性質などを新たに見いだすときに、その基になる「既習の数学と結び付けたり、既習の数学を発展させたりする場面」である(図2)。既習の数学と結び付ける場面の例としては、 n 角形の内角の和を表す式 $180^\circ \times (n - 2)$ を導くために、 n 角形を三角形に分割し、三角形の内角の和が 180° であることを根拠にして考える学習活動が挙げら

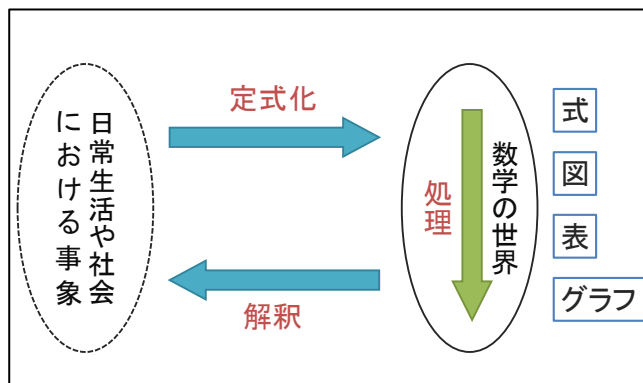


図1 数学を利用する場面

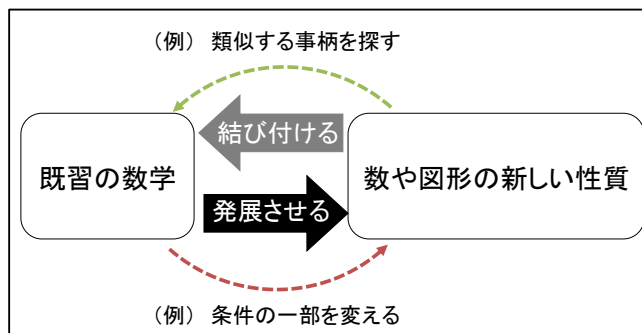


図2 既習の数学と結び付けたり、既習の数学を発展させたりする場面

れる。既習の数学を発展させる場面の例としては、 n 角形の内角の和が $180^\circ \times (n - 2)$ と表されることを見いだした後、考察の対象を内角から外角に変え、 n 角形の一つの内角と外角の和が 180° であることを基にして、 n 角形の外角の和が 360° であることを導いていく学習活動が挙げられる。このように、既習の数学を基に数や図形の性質などを文字を用いた式で簡潔、明瞭に表したり、式を変形し発展させることで新たな性質を見いだしたりすることができる。

事象を数理的に考察する過程で、推測したり見いだしたりした数や図形の性質などの理解は、表現することで深められる。したがって、様々な事象を文字を用いて互いに説明したり、その過程を振り返って自分の考えを深めたりする活動を充実させることが大切である。

(2) 数学的活動について

数学的活動を行うに当たっては、生徒が目的意識をもって主体的に取り組むようにすることが大切である。「目的意識をもって主体的に取り組む」とは、新たな性質や考え方を見いだそうとしたり、具体的な課題を解決しようとしたりすることである。数学的活動を通して、生徒が数量や図形などについて実感を伴って理解したり、数学的な思考力・表現力などを高めたりできるようにする必要がある。また、数学を学ぶことの楽しさを実感できるようにするためには、生徒が目的意識をもって主体的に取り組む活動となるように指導する必要がある。さらに、このような数学的活動を通じた指導は、各領域において行われる必要がある。

中学校数学科において特に重視されている数学的活動^{*3)}は、表 1 に示す様に「数や図形の性質などを見いだす活動（ア）」、「数学を利用する活動（イ）」、「数学的に説明し伝え合う活動（ウ）」である。「数学を利用する活動（イ）」は、日常生活や社会における事象を定式化し、数学の手法によって処理し、その結果を現実に照らして解釈するなどの、「数学を利用する場面（図 1）」と関連している。また、「数や図形の性質などを見いだす活動（ア）」と数や図形の性質などを新たに見いだすときに、その基になる「既習の数学と結び付けたり、既習の数学を発展させたりする場面（図 2）」と関連している。このようなことから、生徒の事象を数理的に考察し表現する能力を高めるためには、数学的活動の充実を図ることが大切である。

表 1 数学的活動（中学校数学科）

数学的活動	第 1 学年	第 2, 3 学年
ア 数や図形の性質などを見いだす活動	・ 既習の数学を基にして、数や図形の性質などを見いだす活動	・ 既習の数学を基にして、数や図形の性質などを見だし、発展させる活動
イ 数学を利用する活動	・ 日常生活で、数学を利用する活動	・ 日常生活や社会で、数学を利用する活動
ウ 数学的に説明し伝え合う活動	・ 数学的な表現を用いて、自分なりに説明し伝え合う活動	・ 数学的な表現を用いて、根拠を明らかにして筋道立てて説明し伝え合う活動

(3) 数学的な表現について

中央教育審議会答申における算数、数学の改善の基本方針では、数学的な思考力・表現力を育成するための具体的な指導内容や活動として、特に「根拠を明らかにし筋道を立てて体系的に考えること」、「言葉や数、式、図、表、グラフなどの相互の関連を理解し、それらを適切に用いて問題を解決すること」、「自分の考えを分かりやすく説明すること」、「互いに自分の考えを表現し伝え合うこと」などの充実が挙げられている。数学的に表現する活動の充実を通して、数学的な思考力・表現力を育成することが重要である。また、思考したことを表現することが更

*3) 文部科学省 『中学校学習指導要領解説数学編』 平成20年 教育出版

なる思考を促すことになる。つまり、「表現」という方法を用いて、「思考」をより深めようとするのであり、このことは、「思考」と「表現」との表裏一体的な関係を意味している。

中原^{*4)} (1995) は、数学教育における表現方法を、表 2 に示すように「現実的表現」、「操作的表現」、「図的表現」、「言語的表現」、「記号的表現」の五つに分類し、体系化し、この五つの表現方法を図 3 のように立体的に表わしている。

表 2 表現方法の類型化

表現方法	具体例
〈現実的表現〉：自然的、具体的で動的な類似的表現	実世界の状況、実物による表現。具体物や実物による実験など。
〈操作的表現〉：人工的、半具体的で動的な類似的表現	具体的な操作的活動による表現。人工的加工、モデル化が行われている具体物、教具などに動的操作を施すことによる表現。
〈図的表現〉：静的な類似的表現	絵、図、グラフなどによる表現。
〈言語的表現〉：日常語文法に従う規約的表現	日本では日本語、米国・英国などでは英語など、各国の日常言語を用いた表現。またはその省略的表現。
〈記号的表現〉：数学語文法に従う、完成された規約的表現	数字、文字、演算記号、関係記号など数学的記号を用いた表現。

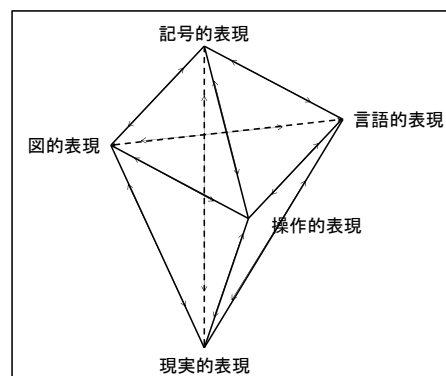


図 3 数学教育における表現体系

これら五つの表現方法の中では、「現実的表現」が最も具体性をもち、「記号的表現」の抽象性が一番高い。小学校算数科に比べ、中学校・高等学校の数学科では「記号的表現（文字）」が多用される。生徒が「記号的表現」のもつよさを実感し、それを用いて説明ができるようになるために、様々な数学的な表現を活用した指導を進めていく必要がある。そこで、言葉や数、式、図、表、グラフなどの数学的な表現の特徴について、次の表 3 のように整理した。数学的な表現のそれぞれの特徴を生かしながら、相互に関連付けさせ、生徒に文字を用いることのよさを実感させることが大切である。具体的には、言葉や数、式、図、表、グラフなどを相互に関連付けられるような学習問題を設定したり、数学的な表現を用いて説明し伝え合う活動を充実させたりするなどの指導の工夫を行う必要がある。

表 3 数学的な表現の特徴

表現	長所（よさ）	短所
図	1 具体物に近く、いろいろな見方や考え方をしやすい。 2 イメージしやすい。 3 解決のきっかけを見付けやすい。 4 やる気になる。 5 問題の意味を理解しやすい。 6 解き方を具体的に説明しやすい。	1 書きにくい場合がある。 2 複雑な場合には見づらい。 3 捉え方によっては異なった図となることがある。 4 正確に表さないと正しい判断ができない。
表	1 最も素朴な表現方法である。 2 作成しやすい。 3 表に示した数値がはっきり分かる。 4 対応がはっきり表れ、変化の様子を見ることができる。	1 数値が飛び飛びで、その間の数値は予想する必要がある。 2 表に示した数値以外は不明である。 3 複雑な規則性を見付けることが難しい場合がある。
式	1 事柄の関係を簡単に表せる。 2 形から求め方が分かる。 3 数値を代入することで、どのような式の値でも正確に求められる。	1 文字式を使う場合には、式を立てることが難しい場合がある。 2 成り立つ範囲があるので、それを説明する必要がある。 3 式の表す意味を考えるのが難しいことがある。
グラフ	1 変化の様子をイメージとして捉えやすい。 2 変化の様子を直観的、具体的に読み取ることができる。	1 正確に読み取れない場合が多い。 2 表されていない部分は、はっきりしない。
記号・用語	1 事柄の関係を短く、簡単に、はっきりと表せる。 2 説明が短く、簡単になる。 3 意味を正しく伝えられる。 4 一般化して考えたり表したりしやすい。 5 式を変形しやすく、能率的に考えられる。 6 説明がしやすく、能率的である。	1 日常生活で使う言葉と意味が異なる場合もあり、その意味を正しく理解していないと混乱する。 2 抽象的なので、他の方法と合わせて友達に説明する必要がある。

*4) 中原忠男 『算数・数学教育における構成的アプローチの研究』 1995 聖文新社

(4) 小学校算数科と高等学校数学科との関連について

中学校数学科の学習指導においては、小学校算数科と高等学校数学科との関連を図ることが重要であると考え、小学校算数科から高等学校数学科までの領域や内容を整理し、次の表4のようにまとめた。

表4 算数科と数学科の領域や内容の関連表

小学校算数科		中学校数学科				高等学校数学科「数学Ⅰ」	
領域	内容	領域	内容			領域	内容
			第1学年	第2学年	第3学年		
A 数と計算	・ 数の概念 ・ 整数、小数、分数の計算	A 数と式	・ 正の数・負の数 ・ 文字式 ・ 一次方程式	・ 式の計算 ・ 連立方程式	・ 式の計算 ・ 平方根 ・ 二次方程式	(1) 数と式	ア 数と集合 イ 式
D 数量関係	・ $\square$, $\triangle$, a , x などをを用いた式						
B 量と測定	・ 重さ、速さなど生活に必要な量と測定 ・ 重さ、面積、体積など図形の計量	B 図形	・ 平面図形 ・ 空間図形	・ 図形の性質の調べ方 ・ 三角形・四角形	・ 相似な図形 ・ 円 ・ 三平方の定理	(2) 図形と計量	ア 三角比 イ 図形の計量
C 図形	・ 図形の性質						
D 数量関係	・ 伴って変わる数量の関係	C 関数	・ 比例と反比例	・ 一次関数	・ 関数	(3) 二次関数	ア 二次関数とそのグラフ イ 二次関数の値の変化
	・ 比例、反比例						
	・ 場合の数 ・ 資料の整理	D 資料の活用	・ 資料の活用	・ 確率	・ 標本調査	(4) データの分析	ア データの散らばり イ データの相関
算数的活動	第6学年 ア 計算の仕方を考え説明する活動 イ 単位の関係を調べる活動 ウ 縮図や拡大図、対称な図形を見付ける活動 エ 比例の関係をを用いて問題を解決する活動	数学的活動	ア 見いだす活動 イ 数学を利用する活動 ウ 説明し伝え合う活動	ア 見いだし、発展させる活動 イ 数学を利用する活動 ウ 説明し伝え合う活動		数学的活動	① 結果の意義を考えたり、それを発展させたりすること ② 具体的な事象の考察に活用すること ③ 説明したり、議論したりすること 〔課題学習〕

小学校算数科は、「A 数と計算」、「B 量と測定」、「C 図形」、「D 数量関係」の4領域で構成されている。学習指導要領では、義務教育としてのまとまりが強く意識され、小学校と中学校の関連や連携について配慮することが求められている。小学校算数科と中学校数学科においても、この点を踏まえ、それぞれの領域の関連を理解しておく必要がある。また、算数的活動^{*5)}とは、児童が目的意識をもって主体的に取り組む算数に関わりのある様々な活動を意味している。学習指導要領には、〔算数的活動〕として各学年の内容に示してあるが、示し方は中学校数学の〔数学的活動〕に比べてより具体的で、4領域に対応させて例示してある。例えば、第6学年の〔算数的活動〕は、「ア 計算の仕方を考え説明する活動」、「イ 単位の関係を調べる活動」、「ウ 縮図や拡大図、対称な図形を見付ける活動」、「エ 比例の関係をを用いて問題を解決する活動」と示してある。

中学校数学が「A 数と式」、「B 図形」、「C 関数」、「D 資料の活用」の4領域で構成されていることを踏まえ、高等学校数学科では、共通必修科目である「数学Ⅰ」の学習が円滑に進めることができるように、「(1) 数と式」、「(2) 図形と計量」、「(3) 二次関数」、「(4) データの分析」の内容で構成されている。高等学校数学科における数学的活動^{*6)}とは、数学学習に関わる目的意識をもった主体的な活動のことである。高等学校では、特に「自ら課題を見だし、解決するための構想を立て、考察・処理し、その過程を振り返って得られた結果の意義を考えたり、それを発展させたりすること(①)」、「学習した内容を生活と関連付

*5) 文部科学省 『小学校学習指導要領解説算数編』 平成20年 東洋館出版

*6) 文部科学省 『高等学校学習指導要領解説数学編』 平成21年 実教出版

け、具体的な事象の考察に活用すること
(②)、「自らの考えを数学的に表現し根拠を明らかにして説明したり、議論したりすること(③)」の三つの活動を重視している(図4)。

小学校から高等学校までの算数・数学教育における「文字式」の単元を含む「数と式」領域と「関数」領域については、次の表5に示すように関連することを整理した。

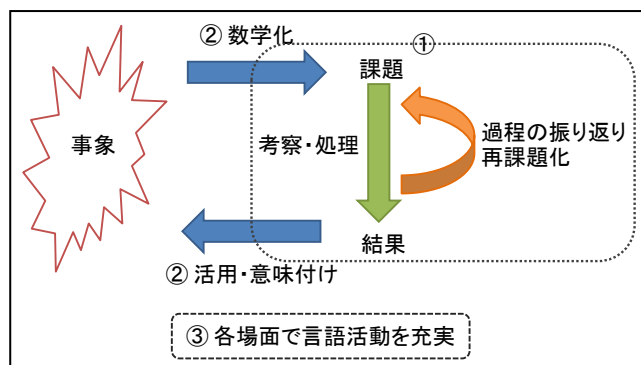


図4 数学的活動（高等学校数学科）

表5 「文字式」の単元を含む「数と式」領域と「関数」領域の中小高の関連表

校種	小学校			中学校			高等学校
領域	A 数と計算 D 数量関係			A 数と式 C 関数			数と式 二次関数
学年	低学年	中学年	高学年	第1学年	第2学年	第3学年	数学I
関連	1年 ●120までの数 ●数の直線 ●加法と減法 ●加算	3年 ●1億までの数 ●整数の加法・減法 ●整数の乗法 ●除法の意味 ●簡単な除法 ●小数の意味・表し方 ●分数の意味・表し方	5年 ●倍数・約数 ●整数・分数・小数の相互関係 ●小数の乗除 ●小数の計算規則 ●異分母分数の加減 ●分数の乗除の一部	1章 正の数・負の数 1 正の数・負の数 2 加法・減法 3 乗法・除法 2章 文字式 1 文字式 2 式の計算 3章 1次方程式 1 方程式 2 1次方程式の活用	1章 式の計算 1 式の計算 2 式の活用 2章 連立方程式 1 連立方程式 2 連立方程式の活用 3章 1次関数 1 1次関数 2 方程式と1次関数	1章 式の計算 1 多項式の乗法 2 因数分解 2章 平方根 1 平方根 2 平方根の計算 3章 2次方程式 1 2次方程式の解き方 2 2次方程式の活用 4章 関数 $y = ax^2$ 1 関数 $y = ax^2$	数と式 ●数と集合 ●式 2次関数 ●2次関数とそのグラフ ●2次関数の値の変化
	2年 ●1000までの数 ●簡単な分数 ●乗法の意味 ●九九 簡単な2位数の乗法 ●交換法則	4年 ●整数(億・兆の単位) ●整数の除法 ●和・差・積・商 ●小数の加減 除法の一部 ●同分母分数の加法・減法	6年 ●分数の乗除 ●分数・小数の混合計算	4章 比例と反比例 1 比例 2 反比例 3 比例と反比例の活用			
	1年 ●加法・減法の関係を式に表す ●線や図を用いた数量の表現	3年 ●「 $\square$ 」を用いる ●除法の関係を式に表す ● $\square$ などを用いた式 ●表や棒グラフ	5年 ●割合・百分率 ●簡単な比例の関係 ●帯グラフや円グラフ				
	2年 ●乗法の関係を式に表す ●加減の相互関係 ●グラフをかき ●表を作る	4年 ●対応する数量を知る ●公式(面積公式) ● $\square$ 、 $\triangle$ などを用いた式 ●二次元の表 ●折れ線グラフ	6年 ●比例と反比例 ●比 ●速さ・時間・距離 ●文字を用いた式 ●起こり得る場合の数				

(5) 文字を用いることのよさについて

文字を用いることによって、数量やその関係を簡潔、明瞭、的確、一般的に表現することができる。また、数量やその関係を文字を用いた式に表現できれば、その後は目的に合うように形式的に処理することができる。このことから、事象の中にある数量やその関係を文字を用いた式を使って表現し、一般的に把握する見方や考え方を育てたり、形式的な処理を施して新たな関係を見いだそうとする態度を育てたりすることができるため、文字を用いた式の学習の意義は大きい。

以下は、文字を用いることのよさについて示したものである。本研究では、これらを生徒に実感させるための指導を工夫していくことにした。

- 数量やその関係を簡潔、明瞭、的確、一般的に表すことができる。
- 式の表す具体的な意味を離れて、形式的に処理することができる。
- 式から具体的な事柄や関係を読み取ったり、より正確に考察したりすることができる。
- 自分の思考過程を表現することができ、それを互いに的確に伝え合うことができる。

黒川^{*7)} (2006) は、数学で扱う文字のもつ意味を表6のように分類・整理している。文字を

^{*7)} 正田實 編(黒川統夫 外) 『中学校若手数学教師の指導テキスト』 平成18年 明治図書

用いた式の指導では、状況に応じて文字のもつ意味を指導していく必要がある。

表6 文字のもつ意味と具体的な場合

文字のもつ意味	具体的な場合
定数としての文字	円周率 π などの特定の数の代わりに使う場合
任意定数としての文字	$y = ax + b$ の a , b のように、ある定まった数の代わりに使う場合
未知数としての文字	方程式の x など、まだ分かっていない数の代わりに使う場合
変数としての文字	$y = 2x$ の x , y など、値が変化する場合

以上のことから、本研究では、小学校算数科や中学校数学科における文字を用いた式の指導のねらいを踏まえ、目指す生徒の姿を次のように設定した。

- 事象の中にある数量やその関係を文字を用いた式に表現したり、文字を用いた式の意味を読み取ったりすることができる生徒
- 文字を用いた式と言葉や数、図、表、グラフなどの数学的な表現を関連付けながら、自分の考えを説明できる生徒
- 文字のもつ意味を状況に応じて捉え、文字を活用することができる生徒

2 生徒の実態

(1) 実態調査の概要

ア 調査の目的

数学的な思考力・表現力や文字を用いた式に関する生徒の実態を調査することで、学習指導上の課題を把握し、今後の研究の基礎資料とする。

イ 実施期間

平成26年6月5日（木）～平成26年6月10日（火）

ウ 調査対象

霧島市立舞鶴中学校第1学年生徒（227人）

エ 調査方法

質問紙法

オ 調査内容

- (ア) 数学的な表現について
- (イ) 文字を用いることのよさについて
- (ウ) 式 $80a$ における a の捉え方について
- (エ) 式 $x + 7 = 35$ における x の捉え方について
- (オ) 式 $x + 7 = 35$ の x に当てはまる数の求め方について
- (カ) 文字式から数量を読み取ることについて

(2) 実態調査の分析と考察

ア 数学的な表現について

数学的な表現については、表7に示すように、「問題を解くとき、図や表、グラフなどを使って考えようとするか」という質問に対して、当てはまると答えた生徒の割合が67.1%であったが、「問題を解いた後に、互いに自分の考えを、図や表、グラフなどを使って分かりやすく伝え合っているか」という質問に対して、当てはまると答えた生徒の割合は49.1%、両方とも当てはまると答えた生徒の割合が42.1%と低かった。また、「問題を解くとき、図や表、グラフなどを使って考えようとするか」と「問題を解いた後に、互いに自分の考えを、図や

表，グラフなどを使って分かりやすく伝え合っているか」に対する回答の間には，正の相関が見られた。

このことから，言葉や数，式，図，表，グラフなどを相互に関連付けられるような学習問題を設定したり，数学的な表現を用いて説明し伝え合う活動を充実させたりするなどの指導の工夫を行う必要があると考えた。

表 7 数学的な表現

		問題を解いた後，互いに自分の考えを図や表，グラフなどを使って分かりやすく伝え合っているか。		
		あてはまる	あてはまらない	合計
問題を解くとき，図や表，グラフなどを使って考えようとするか。	あてはまる	42.1	25.0	67.1
	あてはまらない	7.0	25.9	32.9
	合計	49.1	50.9	100 (%)

イ 文字を用いることのよさについて

「算数や数学で文字を用いることのよさは何であると思うか」という質問に対しては，図 5 に示すように，「複雑なことを簡単に表すことができる」，「計算がしやすくなる」と回答している生徒の割合に比べて，「身の回りにある数量の関係を読み取ることができる」と回答している生徒の割合が低かった。

このことから，文字式の指導では，式から数量やその関係を読み取らせ，そのよさに気付かせる指導の工夫が必要であると考える。

ウ 式 $80a$ における a の捉え方について

「 $80a$ という式において， a は何であると思うか」という質問に対しては，図 6 に示すように，式 $80a$ の a を 65.0% の生徒が「分からない数」，42.9% の生徒が「□や○」，41.5% 「いろいろな数」(変数) と答えていた。

文字式の指導では，具体的な数を文字式に代入して値を求めさせるなど，文字を用いることのよさや文字のもつ意味を振り返らせる場面を設定する必要がある。

エ 式 $x + 7 = 35$ における x の捉え方について

「 $x + 7 = 35$ という式において， x は何であると思うか」という問題については，図 7 に示すように，式 $x + 7 = 35$ の x を 53.5% の生徒が「分からない数」，

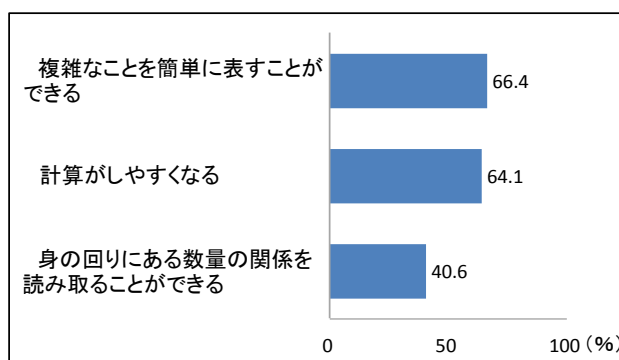


図 5 文字を用いることのよさについて (複数選択可)

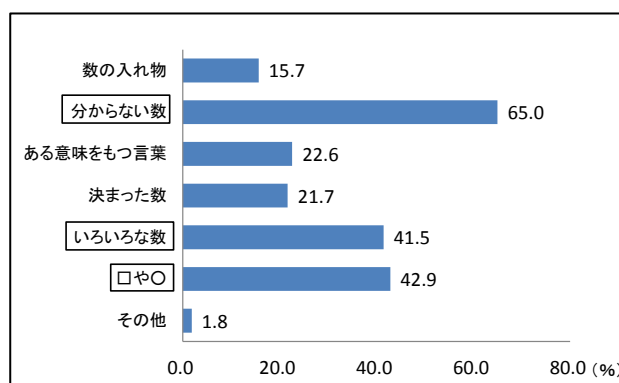


図 6 $80a$ の a の捉え方 (複数選択可)

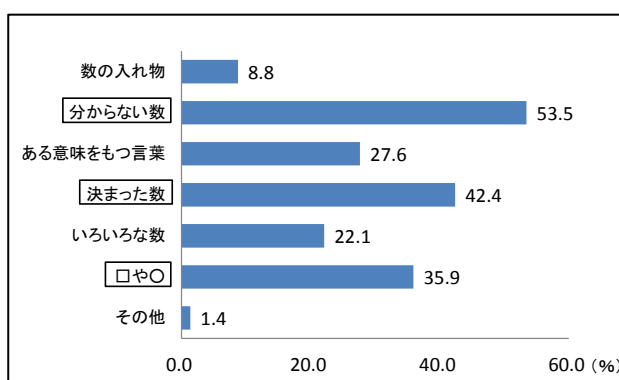


図 7 $x + 7 = 35$ の x の捉え方 (複数選択可)

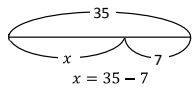
42.4%の生徒が「決まった数」、35.9%の生徒が「□や○」と答えていた。

式 $x + 7 = 35$ における x を「分からない数」(未知数)と捉えさせるために、文章題に含まれている数量、すなわち、分かっている数量と分からない(求めようとする)数量を丁寧に拾い出す必要がある。また、文章題に含まれている数量の関係を、線分図、表、言葉の式などを用いて表すことによって、等しい関係を明確に捉えさせる必要がある。

オ 式 $x + 7 = 35$ の x に当てはまる数の求め方について

「式 $x + 7 = 35$ において、 x に当てはまる数の求め方を言葉や式、図などを使って書きなさい」という問いに対しては、表 8 に示すように正答率は98%と高く、89%の生徒がたし算の逆のひき算の考えを使って求め

表 8 $x + 7 = 35$ の x の求め方

	主な表現例	解決方法	割合
正答	$x + 7 = 35$ $x = 35 - 7$ $x = 28$	たし算の逆のひき算の考えを使って求めた。	89%
	28 $\downarrow$ $x + 7 = 35$	見込みの数として 25 ぐらいを予想し、 x に 25, 26, … を当てはめて求めた。	7%
	 $x = 35 - 7$ $x = 28$	線分図を使って求めた。	2%
誤答	$35 \div 7$	割り算を使って求めた。	2%

これらのことを踏まえ、等式の性質を用いた解決方法と対応させながら、方程式の解き方を指導していく必要がある。

カ 文字式から数量を読み取ることについて

文字式から数量を読み取る問題に対する解答を分類すると、図 8 のようになった。例えば、「② $x \times 7$ 」を「にんじん 7 本の値段」と正しく答えていた生徒の割合が32%と少なく、「にんじん 7 本を求める式」、「にんじん 7 本を買った」などと誤って答えていた生徒の割合が多かった。

このことから、生徒は数量を読み取る際に単位の「円」まであまり意識していないことが分かった。

文字式から数量を読み取り、言葉や図、式などを用いて数量の関係を表現させる場面では、単位を基に数量を捉えさせる指導の工夫が必要である。

IV ひろ子さんが、やお屋へ買い物に行きました。にんじん 1 本が x 円、トマト 1 個が 50 円、だいこん 1 本が 120 円で売ってあります。次の①～③の式はそれぞれ何を表していますか。ひろ子さんに代わって、それぞれ言葉で説明してみましょう。



式	正答	誤答			
	～の値段、～の金額	～を求める式、～を出す式	～を買った、～と…	その他	無解答
① $x + 50$	36	19	30	13	2
② $x \times 7$	32	20	36	9	3
③ $x \times 5 + 120$	32	18	36	11	3

(%)

図 8 文字式の数量を読み取ること

3 文字を用いることのよさを実感させる指導の工夫

(1) 研究の視点

事象の中にある数量やその関係を文字を用いた式で表し、数理的に考察し、その過程を表現する能力を高めさせるために、学習指導要領や実態調査等を基に研究の視点を次のように設定した。

- 【視点 1】数学的な表現を相互に関連付けられる学習問題の設定
- 【視点 2】互いに説明し伝え合う活動の充実
- 【視点 3】見通し・振り返り活動の充実

(2) 【視点 1】数学的な表現を相互に関連付けられる学習問題の設定

事象を数理的に考察する「数学を利用する場面」と「既習の数学と結び付けたり、既習の数学を発展させたりする場面」の二つの場面を想定し、文字を用いた式と言葉や数、図、表、グラフなどを関連付けられるような学習問題を設定した。数学的な表現を相互に関連付けさせることで、文字を用いると事象の中にある数量やその関係を簡潔、明瞭に表すことに気付かせる

ことができると考えた。

ア 数学を利用する場面の学習問題

事象を数理的に考察する「数学を利用する場面」を想定して、平成21年度全国学力・学習状況調査の問題*8) を基に次のような学習問題を設定した。この問題は一般的に第2学年の「一次関数」の学習で扱われる場合が多いが、本研究では第1学年の「一次方程式」の学習で扱うことにした。その理由としては、生徒に文字を用いることのよさを実感させるためには、式や表、グラフなどを相互に関連付けることが重要であると考えたからである。また、日常生活の事象に関わる学習問題に取り組みさせることで、生徒に数学を利用する場面があることに気付かせることができると考えたからである。

「数学を利用する場面の学習問題」(検証授業Ⅱ)

まさゆきさんは、家の白熱電球が切れたので、環境にやさしいといわれている電球形蛍光灯（以下、蛍光灯とします。）に取りかえようか迷っています。蛍光灯と白熱電球のどちらを取りつければよいのでしょうか。まさゆきさんと一緒に考えてみましょう。



電球形蛍光灯(左)と白熱電球



蛍光灯について分かったこと

蛍光灯と白熱電球の比較(ほぼ同じ明るさのもの)

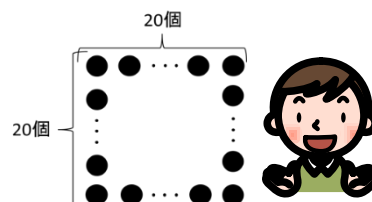
		蛍光灯 (10W)	白熱電球 (54W)
◎値段が高い	1個の値段	1000円	150円
◎電気代が安い	電気代(1000時間あたり)	220円	1190円
◎寿命が長い	1個の寿命	10000時間	1000時間

イ 既習の数学と結び付けたり、既習の数学を発展させたりする場面の学習問題

事象を数理的に考察する「既習の数学と結び付けたり、既習の数学を発展させたりする場面」を想定して、次のように学習問題1と学習問題2を設定した。

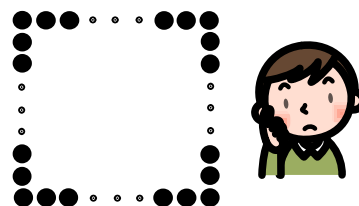
「既習の数学と結び付けたり、既習の数学を発展させたりする場面」の学習問題1 (検証授業Ⅰ)

ゆうとさんは、右の図のように基石(ごいし)を並べて正方形の形をつくろうと思います。一边を基石20個でつくるためには、全部で基石はいくつ必要でしょうか。



「既習の数学と結び付けたり、既習の数学を発展させたりする場面」の学習問題2 (検証授業Ⅰ)

ゆうとさんは、右の図のように基石を並べて正方形の形をつくろうと思います。一边の基石の個数何個であったとしても、全部の基石の個数を求めるようにするには、どうしたらよいのでしょうか。

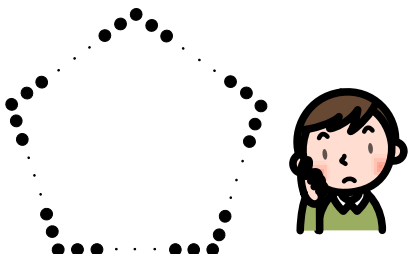


*8) 国立教育政策研究所 『平成21年度 全国学力・学習状況調査【中学校】報告書』 平成21年

式と言葉や図などを関連付けられる学習問題に取り組ませることで、多様な解決方法があることに気付かせ、文字を用いることのよさを実感させることができると考えた。また、これらの学習問題は、生徒の実態に応じて、基石を並べて作る形を正三角形や正五角形などの形に変えることにより、例えば、以下のような発展的な問題にも取り組ませることが可能である。

「既習の数学と結び付けたり、既習の数学を発展させたりする場面」の学習問題 3

ゆうとさんは、右の図のように基石を並べて正五角形の形をつくろうと思います。一辺の基石の個数が何個であったとしても、全部の基石の個数を求めるようにするには、どうしたらよいでしょうか。



(3) 【視点 2】互いに説明し伝え合う活動の充実

文字を用いた式と言葉や数、図、表、グラフなどの数学的な表現を関連させながら、解決方法を互いに説明し伝え合う活動の充実を図ることが大切である。そこで、ペア学習やグループ学習の意義や留意事項を表 9、表 10 のように整理し、表 11 に示すように他者との意見交換の場面に取り入れることにした。文字を用いた式と言葉や数、図、表、グラフなどを関連付けさせながら、互いに説明し伝え合うことで、文字を用いると自分の考えや解決方法を説明しやすくなることに気付かせることができると考えた。

表 9 ペア学習とグループ学習の意義

学習形態	意義
ペア学習	・ 気軽に意見が言えたり、相談したりできる。 ・ 自分の解決方法を確かめ、自信をもつことができる。 ・ 自分と違った解決方法に気付くことができる。
グループ学習	・ 自分の解決方法を広げたり、深めたりすることができる。 ・ 学習の遅れがちな生徒や消極的な生徒も発言しやすく、話し合いへの参加が期待できる。 ・ 生徒同士で主体的に学習することができる。

表 10 数学科におけるグループ学習の指導における留意事項

設定場面	・ 他者の解決方法に気付き、思考を広げる場面 ・ 自分の解決方法を確かにして、思考を深める場面 ・ 多様な解決方法を出し合い、協働で解決する場面
方法	<話し合いのさせ方> ・ ノートに書いた自分の解決方法を言葉や数、式、図、表、グラフなどを相互に関連付けながら説明させる。 ・ 解決方法が少なかった生徒から順に説明させる。 <まとめのさせ方> ・ 小黒板に言葉や数、式、図、表、グラフなどの数学的な表現を用いてまとめさせる。

表11 問題解決的な学習の基本過程

授業の流れ	形態	生徒の主な活動
学習問題の提示	一斉	学習問題を把握する。
学習課題の設定	一斉	解決方法の見通しをもつ。
自力解決	個人	自分なりの解決方法で取り組む。
他者との意見交換	相互	解決方法をペアやグループで互いに分かりやすく説明し伝え合う。
全体での確認	一斉	問題の解決を通して得た内容を全体で確認する。
まとめ	個人	自分なりの表現で、学んだこと・疑問点などを振り返る。

(4) 【視点3】見通し・振り返り活動の充実

前述した通り、事象を数理的に考察することは、日常生活で数学を利用する場面や既習事項を解決の見通しとして生かしたり、発展させたりすることで数や図形の性質などを見いだす場面に行われる。また、様々な事象を式や図、表、グラフなどの数学的な表現を用いて数理的に考察し、互いに説明し伝え合い、その過程を振り返ることで、思考を更に深めることができる。このことから、具体的な問題を解決するに当たって、生徒に既習事項や式、図、表、グラフなどの数学的な表現を解決方法の見通しとしてもたせ、さらに互いに説明し伝え合った過程を振り返らせることが重要であると言える。そこで、本研究では、見通し・振り返り活動の充実を図ることにした。

見通し活動の充実を図るために、既習事項を振り返らせ、解決方法の見通しをもたせる発問の例を表12のように作成した。導入場面において、このような発問をすることで、生徒は解決方法の見通しをもつことができると考えた。また、振り返り活動の充実を図るために、終末場面において、文字式が表す意味を読み取らせたり、文字を活用して問題を解決する過程をまとめさせたりすることにした。そうすることで、文字のもつ意味に気付かせたり、文字の活用を意識付けたりできると考えた。

表12 解決方法の見通しをもたせる発問例

	生徒の活動	発問の例
①	見通しの根拠を考える。	- なぜ、そう考えましたか。 - 今までのどの事柄から言えますか。
②	解決の方向性やその手立てを考える。	どのようにしたら解決できそうですか。
③	既習事項との類似点や相違点を明確にする。	今までの問題と似ているところや違うところは何ですか。
④	結果を予想する。	どんな数（式、図、形など）になりそうですか。

4 検証授業の実際

(1) 検証授業Ⅰの実際

ア 実施日 平成26年7月9日（水）～平成26年7月11日（金）

イ 対象生徒 霧島市立舞鶴中学校第1年生徒（3学級88人対象）

ウ 単元名 文字式

エ 単元の指導計画（全19時間）

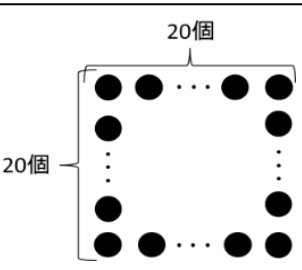
節	項	時数	主な内容
1 文字式 (8)	復習 章の扉	1	・ ストローを並べて正方形を作る場面において、ストローの本数を求める式をつくり、考え方を説明する。
	1 文字を使った式	1	・ 数の代わりとしての文字の意味を理解し、いろいろな数量を文字を使った式で表す。
	2 文字の表し方	4	・ 文字式の積や商の表し方を理解する。 ・ 文字式の積や商の表し方に基づいて、速さや割合を含んだ数量や図形の面積などを文字式で表す。 ・ 具体的な場面で文字式の意味を読み取る。
	3 式の値	1	・ 代入、式の値の意味を理解し、文字にいろいろな数値を代入して式の値を求める。
	確かめよう	1	・ 文字式での学習を確かめる。
2 式の計算 (7)	1 一次式	1	・ 一次式、項や係数の意味を理解する。 ・ 同じ文字を含む項は1つの項にまとめられることを理解し、その計算をする。
	2 一次式の計算	4	・ 一次式と数の乗法・除法の計算をする。 ・ 一次式どうしの加法・減法の計算をする。 ・ 分配法則を用いて、やや複雑な一次式の計算をする。
	3 文字式の活用	1 (本時)	・ 基石の個数を求める場面において、数量の関係を文字式で表し、式の意味を説明し伝え合う。
	確かめよう 計算の復習	1	・ 式の計算での学習を確かめる。 ・ 式の計算の復習をする。
2章のまとめと問題		2	・ 問題A 問題B
補充・深化・発展		2	・ 単元テスト 活用しよう 深めよう

オ 主題 文字式の活用

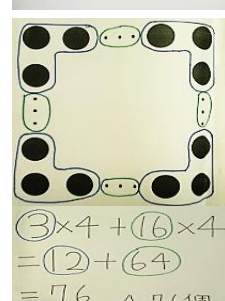
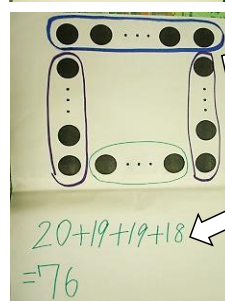
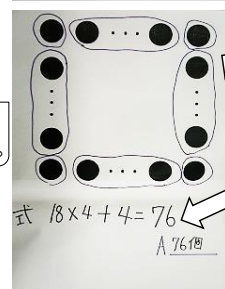
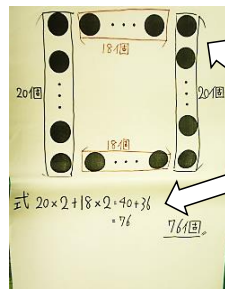
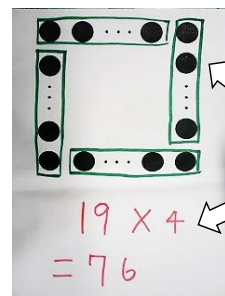
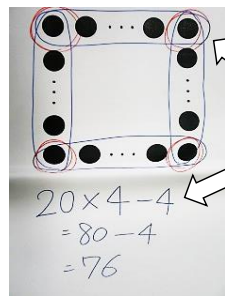
カ 本時の目標

数量の関係を文字式でどのように表せるかを考えたり、その過程を振り返って説明したりすることができる。また、数量の関係を文字式で表すことのよさを考えることができる。

（数学的な見方・考え方）

過程	時間	研究の視点と生徒の学習活動	教師の指導の工夫と生徒の実際の反応
導入	8分	1 学習問題 1 を把握する。 【視点 1】 数学的な表現を相互に関連付けられる学習問題の設定 学習問題 1 ゆうとさんは、右の図のように基石(ごいし)を並べて正方形の形をつくろうと思います。一边を基石 20 個でつくるためには、全部で基石はいくつ必要でしょうか。 	○ 多様な解決方法があり、式と言葉や図などを関連付けられる学習問題を提示する。 T: 「この問題の求めるものは何ですか。」 S: 「基石の全部の数。」
		2 学習問題 1 の解決に向けて見通しをもつ。 【視点 3】 見通し活動の充実	○ 一边の基石が 5 個の場合を考えさせ、解決の見通しをもたせる。 T: 「どのようにしたら解決できそうですか。」 (表12② 解決の方向性を問う。) S: 「計算で求める。」 S: 「式を立てる。」 S: 「図を使う。」
		3 学習課題を把握する。 基石の個数を数える方法以外に、図や式を使って求めてみましょう。	
		4 学習課題に取り組む。 【視点 1】、【視点 3】の成果 図と式を関連付けながら、学習問題に取り組む姿が見られた。 5 意見交換後に発表し、全体で確認する。 【視点 2】 互いに説明し伝え合う活動の充実	○ 式に表せない生徒は、一边の基石が 3 個や 4 個の場合を考えさせる。 ○ 互いに解決方法を式と言葉や図などを関連付けて、分かりやすく説明するように指示する。 ○ 多様な解決方法を比較・検討するように指示する。 ○ 小黒板に数学的な表現を用いてまとめるように指示する。

学習問題 1 に対する表現例



解決方法を式と図を関連付けながら説明し伝え合う様子（グループ）

- ・ 式の立て方を図と対応させながら説明する。
- ・ 他者のいろいろな考え方に気付く。

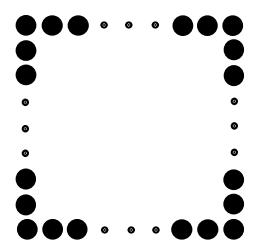
【視点 2】の成果

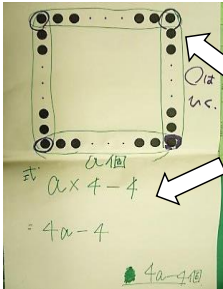
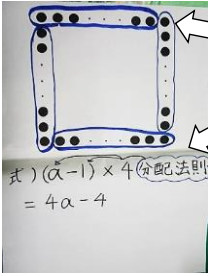
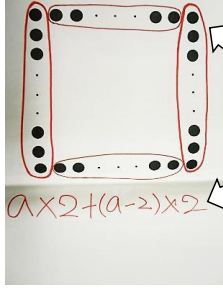
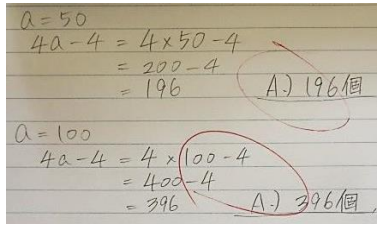
図と式を関連付けながら、互いに説明し伝え合う姿が見られた。

6 学習問題 2 に取り組む。

学習問題 2

ゆうとさんは、右の図のように正方形の形をつくらうと思います。一辺の基石の個数が何個であったとしても、全部の基石の個数を求めるようにするには、どうしたらよいでしょうか。



		学習問題 2 に対する表現例    7 意見交換後に発表し、全体で確認する。 代入の表現例 	 解決方法を式と図を関連付けながら説明する様子(一斉) ○ 文字式の表す数量を読み取らせる。 T: 「$4a - 4$ は何を表していますか。」 S: 「基石の全部の数。」 ○ 一辺の基石の個数が50個のときなどを代入によって求めさせ、変数の意味に気付かせる。
終末	13分	8 文字式のよさを振り返る。 【視点3】 振り返り活動の充実 9 「授業の振り返り」を記入する。	○ 文字を用いることのよさを振り返らせる。 T: 「文字式には、どのようなよさがありますか。」 S: 「どんな数でも文字を使うと式に表すことができる。」 S: 「計算すると、簡単にまとめることができる。」 S: 「どんな数でも代入するだけで値が求められる。」 【視点3】の成果 文字を用いることのよさを振り返る姿が見られた。

(2) 検証授業Ⅰの分析と考察

ア 【視点1】 数学的な表現を相互に関連付けられる学習問題の設定について

式と言葉や図などを関連付けられるような学習問題2を設定したところ、生徒は写真1に示すように、学習問題1を基に式と言葉や図を関連させながら、事象の中にある数量を文字を用いた式に表すことができていた。今後も、数学的な表現を相互に関連付けられる学習問題を設定していく必要がある。

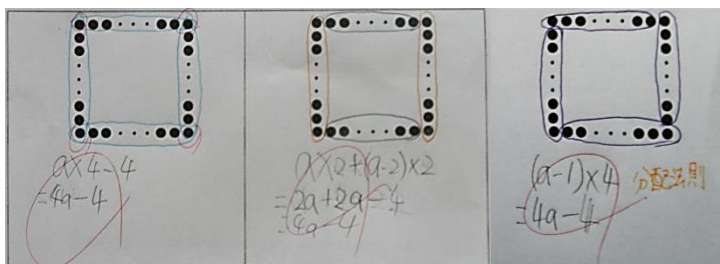


写真1 生徒のノートの例

イ 【視点2】 互いに説明し伝え合う活動の充実について

ペア学習やグループ学習などを取り入れ、言葉や数、式、図、表、グラフなどを関連付けさせながら、解決方法を互いに説明させることで、写真2に示すように、生徒は新しい考えに気付くことができていた。今後は、数学的な表現を用いて互いに説明し伝え合う活動の充実を通して、新しい考えを基に自分の考えを更に深めさせるような工夫が必要である。

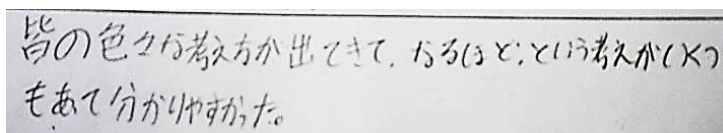


写真2 「授業の振り返り」の生徒の感想例

ウ 【視点3】 見通し・振り返り活動の充実について

導入場面において、「どのような方法で解決していきますか」などの発問をし、自ら解決方法を考えさせることで、自分なりの解決方法をもたせることができた。終末の振り返り場面において、以下に示すようにグループ活動や授業の様子についての生徒の感想が見られた。今後も見通し・振り返り活動の充実を通して、解決の見通しをもたせたり、文字を活用して課題を解決できることに気付かせたりする必要があることが分かった。

- グループ活動をして、他の人のいろいろな考えが分かって、新しい発見があった。文字式があると便利だと思った。【視点2】
- いろいろな考え方をし、どのような式をつくっても、結局同じ答えになるのが、すごく面白くて、もともと好きだった数学がもっと好きになった。【視点3】

エ 事後調査の分析と考察

検証授業Ⅰで文字に数を代入する場面を取り入れたところ、授業直後の調査では式「 $80a$ 」の「 a 」を65%の生徒が「いろいろな数」(変数)と捉え、文字式の単元指導前に比べて約23ポイント増加していた。また、検証授業Ⅰの実施後の7月に「算数や数学で文字を用いることのよさは何であると思うか」という質問に対し、「複雑なことを簡単に表すことができる」、「計算がしやすくなる」と回答している生徒の割合が検証授業Ⅰの実施前の6月に比べて高くなっていたが、「身の回りにある数量の関係を読み取ることができる」と回答している生徒の

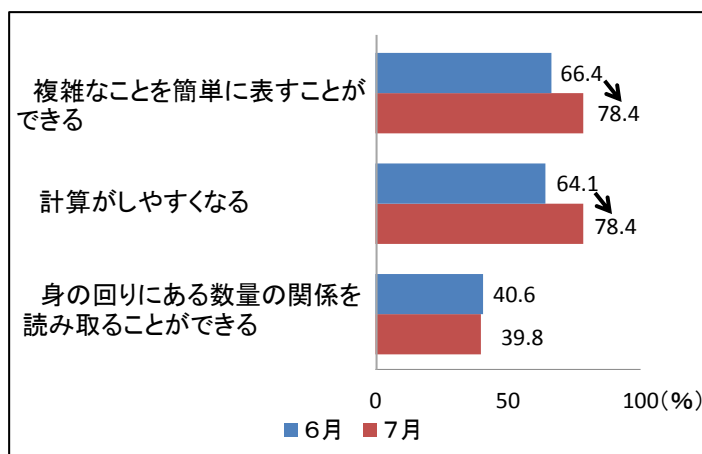


図9 文字を用いることのよさについて（複数選択可）

割合は、あまり大きな変化は見られなかった(図9)。検証授業Ⅰの直後に実施した調査では、以下のように、文字を用いることのよさに気付いている生徒の感想が見られた。

- 基石の総数を文字を使うと式に表すことができる。
- どの式を計算しても、同じ式に変形できる。
- 文字の部分にいろいろな数を入れて(代入して)計算すると便利である。
- 式を使うと、求め方についての考えを表すことができる。

(3) 検証授業Ⅱの実際

ア 実施日 平成26年10月9日(木)～平成26年10月10日(金)

イ 対象生徒 霧島市立舞鶴中学校第1学年生徒(3学級82人)

ウ 単元名 一次方程式

エ 単元の指導計画(全21時間)

節	項	時数	主な内容
1 方程式 (10)	復習 章の扉	1	- 等号や不等号の使い方を復習する。 - 天秤のつり合いを基にして、等式をつくったり、その性質などを調べたりする。
	1 等式と不等式	2	- 数量の相等関係や大小関係を調べ、等式や不等式で表す。 - 等式や不等式が表している意味を読み取る。
	2 方程式	1	方程式とその解の意味を理解する。
	3 等式の性質	2	等式の性質を理解し、それを用いて簡単な一元一次方程式を解く。
	4 一次方程式の解き方	3	- 等式の性質を基にして、移項の意味を理解する。 - 移項を用いて一元一次方程式を解く。 - かっこを含む方程式や係数に小数や分数を含む方程式を解く。
	確かめよう 計算の復習	1	- 方程式での学習を確かめる。 - 一次方程式の解き方の復習をする。
2 一次方程式の活用 (7)	1 一次方程式の活用	4 (本時)	具体的な場面で、一元一次方程式を活用して問題を解決する。
	2 比例式	2	- 比例式の意味及び比例式の解き方を理解する。 - 比例式を活用して問題を解決する。
	確かめよう	1	方程式の活用での学習を確かめる。
3 章のまとめと問題		2	問題A 問題B
補充・深化・発展		2	単元テスト 活用しよう 深めよう

オ 主題 一次方程式の活用

カ 本時の目標

具体的な事象の中の数量の関係を捉え、一元一次方程式をつくることができる。また、求めた解や解決の方法が適切であるかどうかを振り返って考えることができる。

(数学的な見方・考え方)

過程	時間	研究の視点と生徒の学習活動	教師の指導の工夫と生徒の実際の反応										
導入	11分	1 学習問題を把握する。 【視点1】 数学的な表現を相互に関連付けられる学習問題の設定	○ 日常生活の事象と関わり、式や表、グラフなどを用いる学習問題を電子黒板を使って提示する。										
		学習問題 まさゆきさんは、家の白熱電球が切れたので、環境にやさしいといわれている電球形蛍光灯に取り換えようか迷っています。蛍光灯と白熱電球のどちらを取りつければよいのでしょうか。まさゆきさんと一緒に考えてみましょう。 電球形蛍光灯(左)と白熱電球  蛍光灯について分かったこと 蛍光灯と白熱電球の比較(ほぼ同じ明るさのもの) <table><tr><td></td><td>蛍光灯 (10W)</td><td>白熱電球 (54W)</td></tr><tr><td>◎値段が高い</td><td>1個の値段</td><td>1000円</td></tr><tr><td>◎電気代が安い</td><td>電気代(1000時間あたり)</td><td>220円</td></tr><tr><td>◎寿命が長い</td><td>1個の寿命</td><td>10000時間</td></tr></table>		蛍光灯 (10W)	白熱電球 (54W)	◎値段が高い	1個の値段	1000円	◎電気代が安い	電気代(1000時間あたり)	220円	◎寿命が長い	1個の寿命
	蛍光灯 (10W)	白熱電球 (54W)											
◎値段が高い	1個の値段	1000円											
◎電気代が安い	電気代(1000時間あたり)	220円											
◎寿命が長い	1個の寿命	10000時間											
		2 学習問題の解決に向けて見通しをもつ。 【視点3】 見通し活動の充実  電子黒板で事象を提示する様子	○ 学習問題の中にある数量を基に解決の見通しをもたせる。 T: 「白熱電球と蛍光灯のどちらに取り替ええますか。」 S: 「白熱電球。」 S: 「蛍光灯。」 T: 「なぜ、そう考えましたか。」 (表12① 見通しの根拠を問う。) S: 「白熱電球の元々の値段が安いから。」 S: 「蛍光灯の方が電気代が安いから。」										
		3 学習課題を把握する。	○ (総費用) = (値段) + (電気代) を説明する。										
		蛍光灯と白熱電球の総費用が等しくなる時間を求めてみましょう。											
		4 学習課題に取り組む。	T: 「どのようにしたら解決できそうですか。」 (表12② 解決の方向性を問う。) S: 「表をかいてみる。」 S: 「方程式を使う。」 S: 「グラフをかいてみる。」 【視点1】、【視点3】の成果 表、グラフ、式を使って、学習問題に取り組む姿が見られた。										

5 意見交換後に発表し、全体で確認する。

【視点2】

互いに説明し伝え合う活動の充実

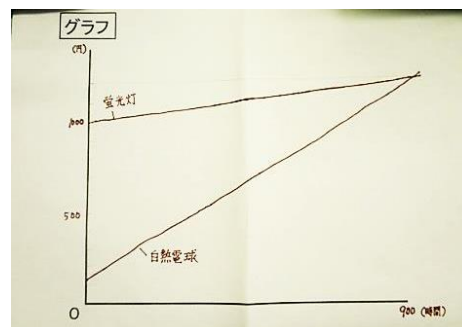
- グループ活動の手順を電子黒板に提示する。
- 互いに解決方法を式と表やグラフなどを関連付けて、分かりやすく説明するように指示する。
- 小黒板に数学的な表現を用いてまとめるように指示する。

<学習課題に対する表現例>

表 蛍光灯						
使用時間	0	1	...	100	...	800
1個の値段	1000	1000	...	1000	...	1000
電気代	0	0.22	...	22	...	176
総費用	1000	1000.22	...	1022	...	1176

白熱電球						
使用時間	0	1	...	100	...	800
1個の値段	150	150	...	150	...	150
電気代	0	1.19	...	119	...	952
総費用	150	151.19	...	269	...	1102

表を使って、蛍光灯と白熱電球の総費用が時間に伴って変化する様子を表したが、等しくなる時間を正確に求められなかった。



グラフを使って、蛍光灯と白熱電球の総費用が時間に伴って変化する様子を表したが、等しくなる時間を正確に求められなかった。

式 使った時間を x とする。

$$1000 + 0.22x = 150 + 1.19x$$

$$100(1000 + 0.22x) = 100(150 + 1.19x)$$

$$100000 + 22x = 15000 + 119x$$

$$-97x = -85000$$

$$x = 876$$

A. 876時間

方程式を使って、蛍光灯と白熱電球の総費用が等しくなる時間を正確に求めることができた。

式 $\frac{220x}{1000} + 1000 = \frac{1190x}{1000} + 150$

$$\frac{220x}{1000} - \frac{1190x}{1000} = -1000 + 150$$

$$22x - 119x = -100000 + 15000$$

$$-97x = -85000$$

$$x = 876$$

総費用が等しくなる876時間は問に合っている。
A. 876時間

方程式を使って、蛍光灯と白熱電球の総費用が等しくなる時間を正確に求めることができた。

展開 31分

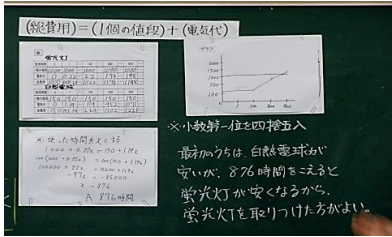
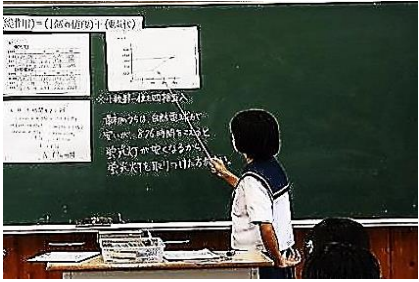
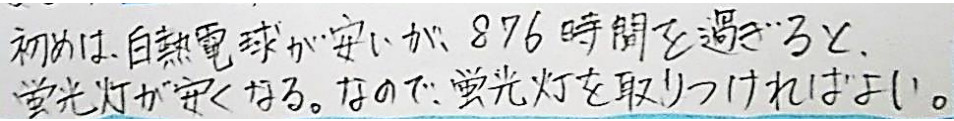


解決方法を式と表やグラフを関連付けながら説明し伝え合う様子(グループ)

- ・ 表の中にある数量の関係を基に式の立て方を説明する。

【視点2】の成果

表、グラフ、式を関連付けながら、互いに説明し伝え合う姿が見られた。

	6 問題解決の結果を発表し、全体で確認する。  式と表やグラフなどの関連を示す板書の様子	 解決方法を式と表やグラフを関連付けながら説明する様子（一斉）
終末	8 分	7 本時を振り返る。 ○ 方程式を使って問題を解く手順を確認しながら、電子黒板に提示する。 <方程式を使って問題を解く手順> ① 求める数量を x とする。 ② 単位を意識しながら、等しい数量の関係を見付け、方程式をつくる。 ③ 方程式を解く。 ④ 方程式の解が問題に適しているかどうか確かめる。 【視点3】 振り返り活動の充実 8 「授業の振り返り」を記入する。 【視点3】の成果 方程式を使って、問題を解決する過程を振り返る姿が見られた。
		<学習問題に対する表現例> 

(4) 検証授業Ⅱの分析と考察

ア 【視点1】 数学的な表現を相互に関連付けられる学習問題の設定について

文字を用いた式と表、グラフなどを関連付けられるような学習問題を設定したところ、写真3のように生徒は式と表を関連させながら、事象の中にある数量の関係を文字を用いた式で表し、それを処理し、解決することができていた。今後も文字を用いた式と言葉や数、図、表、グラフなどを関連付けられるような学習問題を設定し、事象の中にある数量やその関係を文字を用いて式に表し、それを処理し、解決し、解釈していくという一連の活動を生徒に体験させることが必要である。このような体験をさせることで、生徒の事象を数理的に考察し表現する能力を高めることができると考える。

表

使用時間	0	1	...	100	...	800	...	900	...
1個の値段	1000	1000	...	1000	...	1000	...	1000	...
電気代	0	0.22	...	22	...	176	...	198	...
総費用	1000	1000.22	...	1022	...	1176	...	1198	...

白熱電球

使用時間	0	1	...	100	...	800	...	900	...
1個の値段	150	150	...	150	...	150	...	150	...
電気代	0	1.19	...	119	...	952	...	1011	...
総費用	150	151.19	...	269	...	1102	...	1251	...

グラフ

$$1000 + 0.22x = 150 + 1.19x$$

$$0.22x - 1.19x = 150 - 1000$$

$$-0.97x = -850$$

$$x = 877.32$$

写真3 生徒のノートの例

イ 【視点2】 互いに説明し伝え合う活動の充実について

数学的な表現を用いて、互いに分かりやすく説明し伝え合う活動を充実させることで、写真4のように生徒は新しい考えに気付き、それを基に自分の考えを深めたりすることができていた。互いに説明し伝え合う活動を意図的・計画的に取り入れることで、新しい考えを基に自分の考えを更に深めさせることができ、検証授業Ⅰの課題を達成することができた。今後は、互いに説明し合う活動の充実を通して、文字を用いると自分の考えや解決方法を説明しやすくなることに気付かせる必要がある。

自分か気付かなかったことも友達か意見を聞いて、気づいて、もっと深く問題を考えることができた！

写真4 「授業の振り返り」の記述例

ウ 【視点3】 見通し・振り返り活動の充実について

導入場面において、「どのような方法で解決していきますか」などの発問をし、自ら解決方法を出させることで、「表をかいてみる」、「方程式を使う」、「グラフをかいてみる」などの自分なりの解決方法をもたせることができた。このように見通し活動の充実を図ることで、生徒に解決の見通しをもたせることができた。

終末の振り返り場面において、表13にある「自分が全く考え付かなかった意見や考え方を知れたり、どのように説明すれば他の人に正確にわかりやすく伝わるか考えたりしながら発表できるのがよいと思った」などのようにグループ活動の様子についての感想が見られた。振り返り活動の充実を図ることで、生徒は他者の新しい考えを基に自分の考えを更に深めさせることができていたことが分かった。また、「身の回りのことを、方程式、文字式を使って表すことができるということを知ることができてよかった。何か他にも方程式などを使って数量を表してみたいなと思った」などのように文字を用いることのよさについての感想が見られた。このような文字を用いることのよさについての生徒の感想から、事象を数理的に考察し表現する能力が高まってきたことが分かった。

表13 生徒の感想例（自由記述）

グループ学習について	○ 自分が全く考え付かなかった意見や考え方を知れたり、どのように説明すれば他の人に正確に分かりやすく伝わるか考えたりしながら発表できるのがよいと思った。 ○ 違う考えに賛成したり、反対したりということができる。お互いの考えを知ることができる。考えがもっと深まる。 ○ 友達と一緒に考えながら解いたので、いろいろなことに気付いた。 ○ 他の人の考えを取り入れることで、気付かなかった新しい発見や知識がもてる。解答の正確さがより高くなる。たくさんの意見が出る。 ○ 一人一人違う考え方をもっていることや考えの幅を広げることができることに気が付いた。 ○ グループ活動をする前に、しっかりと自分で考えまとめるということだったので、頭に入りやすかったんじゃないかなあと思う。 ○ 自分が気付かなかったことをグループの人たちの意見を聞いて、気付くことができる。 ○ 自分が分からないことを他の友達に教わることができる。
文字を用いることのよさについて	○ 身の回りのことを、方程式、文字式を使って表すことができるということを知ることができてよかった。何か他にも方程式などを使って数量を表してみたいなと思った。 ○ 自分の考えをよりよく伝えることができた。 ○ 日常でも使えそうな式だなと思いました。活用していきたいと思った。 ○ 分からないものをxなどを使って表したからすごく簡単だった。 ○ 方程式を使うことで、分からないものが分かるのですごいと思った。 ○ 自分達が今習っている方程式を使って、とても身近なことを簡単に計算で求められるよさが分かった。

(5) 事後調査の分析と考察

検証授業の実施後の11月に、霧島市立舞鶴中学校第1学年生徒116人を対象に質問紙調査を実施した。検証授業の実施前の6月に実施した調査結果と比較しながら、分析・考察を行った。

ア 数学的な表現について

数学的な表現については、図10に示すように、「問題を解いた後に、互いに自分の考えを、図や表、グラフなどを使って分かりやすく伝え合っているか」という質問に対して、当てはまると答えた生徒の割合が6月は49.7%であったが、11月は51.3%であった。

言葉や数、式、図、表、グラフなどの数学的な表現を用いて、互いに

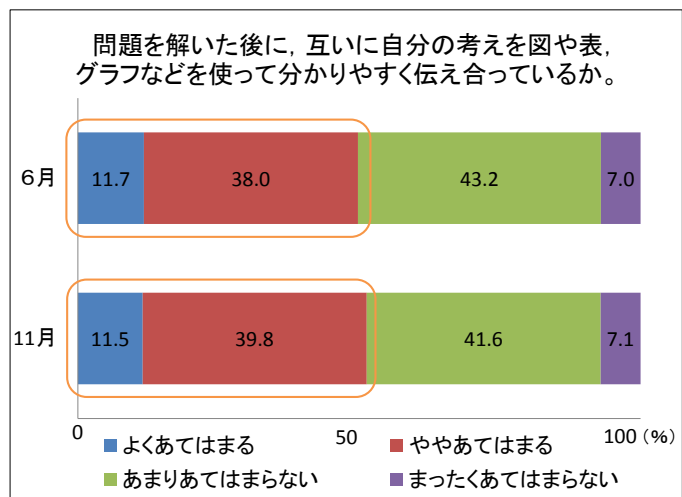


図10 数学的な表現

説明し伝え合う活動を充実させる指導を今後も更に工夫していく必要がある。

イ 文字を用いることのよさについて

「算数・数学で文字を用いることのよさは何であると思うか」という質問に対しては、図11に示すように、「複雑なことを簡単に表すことができる」と答えていた生徒の割合が6月は66.4%であったが、11月は77.9%となり約11ポイント上昇していた。「計算がしやすくなる」と答えていた生徒の割合が6月は64.1%であったが、11月は75.2%となり約11ポイント上昇していた。「身の回りにある数量の関係を読み取ることができる」と答えていた生徒の割合が6月は40.6%であったが、11月は47.8%となり約7ポイント上昇していた。

このことから、生徒の文字を用いることのよさについての認識が高まってきたことが分かった。

ウ 式 $80a$ における a の捉え方について

「 $80a$ という式において、 a は何であると思うか」という質問に対しては、図12に示すように、6月と11月と比較したところ、 a を「数の入れ物」、「分からない数」、「ある意味をもつ言葉」、「決まった数」、「いろいろな数」と回答している生徒の割合がそれぞれ増加していたが、「□や○」と回答している生徒の割合は減少していた。中でも「いろいろな数」（変数）と回答している生徒の割合が6月は41.5%であったが、11月は53.1%となり約11ポイント上昇していた。

このことから、生徒は文字のもつ変数としての意味を、状況に応じて捉えられるようになってきたことが分かった。

エ 式 $x + 7 = 35$ における x の捉え方について

「 $x + 7 = 35$ という式において、 x は何であると思うか」という問題については、図13に示すように、6月と11月と比較したところ、 x を「数の入れ物」、「分からない数」、「決まった数」、「いろいろな数」と回答している生徒の割合がそれぞれ増加していたが、「ある意味をもつ言葉」、「□や○」と回答している生徒の割合はそれぞれ減少していた。

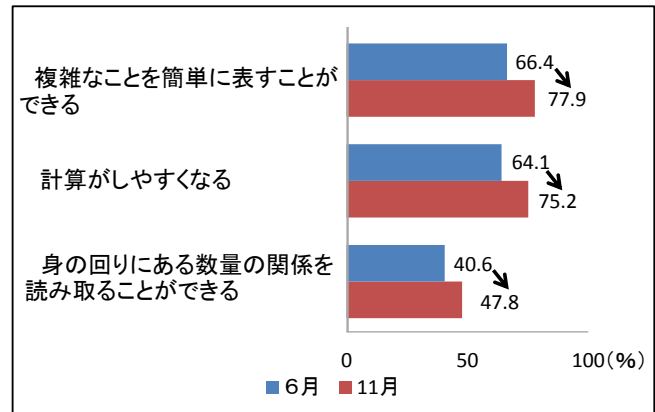


図11 文字を用いることのよさ（複数選択可）

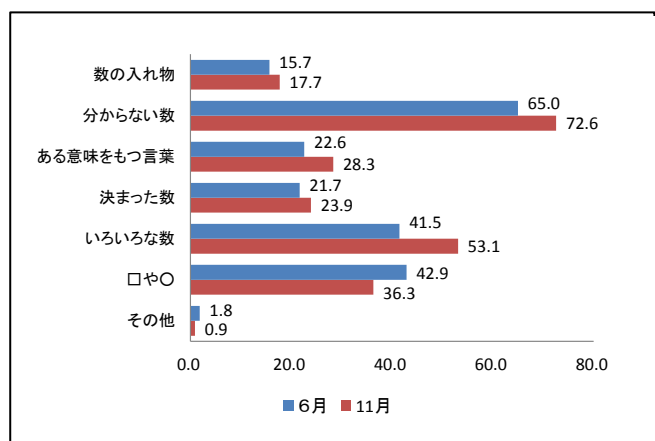


図12 $80a$ の a の捉え方（複数選択可）

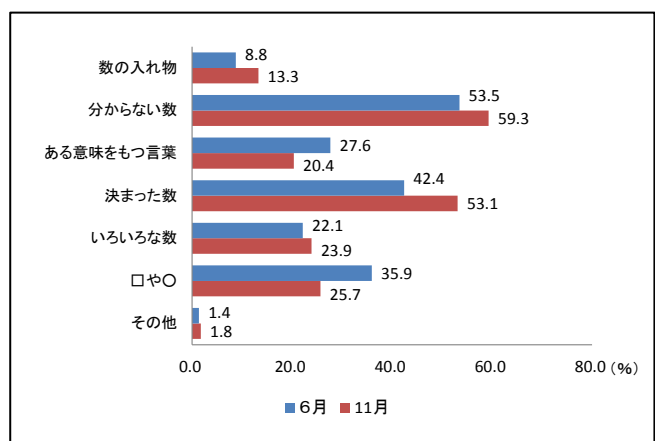


図13 $x + 7 = 35$ の x の捉え方（複数選択可）

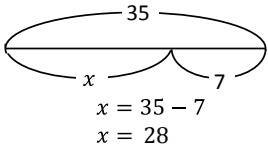
このことから、生徒は中学校第1学年で本格的に文字式の学習を進めることで、「□や○」に比べて「 a や x 」などの文字を用いることについての意識が強まってきたことが推察される。

オ 式 $x + 7 = 35$ の x に当てはまる数の求め方について

「式 $x + 7 = 35$ において、 x に当てはまる数の求め方を言葉や式、図などを使って書きなさい」という問題に対する解答を表14のように分類・整理した。正答率は100%であり、78%の生徒が移項の考えを、50%の生徒がたし算の逆のひき算の考えを、22%の生徒が等式の性質を使って求めていた。

このことから、生徒は小学校第6学年では、主にたし算の逆のひき算の考えを使って方程式を解いていたが、中学校第1学年で本格的に学習を進めることで、等式の性質や移項の考えを使って解くようになり、方程式を解くための知識・技能が身に付いてきたことが分かった。今後は、生徒に文字を用いて式に表すと、式を形式的に処理できるなどの文字を用いることのよさに更に気付かせていく必要がある。

表14 $x + 7 = 35$ の x の求め方（複数解答可）

	主な表現例	解決方法	6月	11月
正答	$x + 7 = 35$ $x = 35 - 7$ $x = 28$	移項の考えを使って求めた。	0%	78%
	$x + 7 = 35$ $x = 35 - 7$ $x = 28$	たし算の逆のひき算の考えを使って求めた。	89%	50%
	$x + 7 = 35$ $x - 7 = 35 - 7$ $x = 28$	等式の性質を使って求めた。	0%	22%
		線分図を使って求めた。	2%	20%
	28 ↓ $x + 7 = 35$	見込みの数として25ぐらいを予想し、 x に25, 26, …を当てはめて求めた。	7%	19%
誤答	$35 \div 7$	割り算を使って求めた。	2%	0%

カ 文字式から数量を読み取ることについて

文字式から数量を読み取る問題に対する解答については、図14に示すように、6月と11月と比較したところ、全てにおいて正答率が上がっていた。

このことから、授業において文字式の意味を読み取らせる場面を意図的に取り入れることで、式から意味を読み取るための知識・技能が身に付いたり、単位を基に数量を捉えたりできる生徒の割合が増加してきたことが分かった。

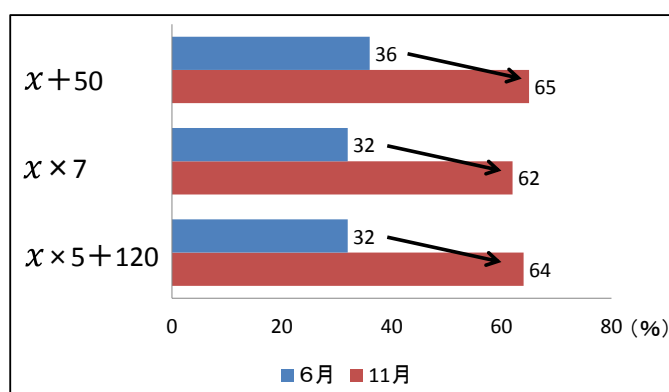


図14 文字式の数量を読み取る問題の正答率

IV 研究のまとめ

1 研究の成果

- (1) 数学的な表現を相互に関連付けられるような学習問題を設定することで、生徒は事象の中にある数量やその関係を、文字を用いた式で簡潔、明瞭に表すことができるようになってきた。
- (2) 互いに説明し伝え合う活動を充実させることで、式と図、表、グラフなどを関連付けながら、文字を用いて説明する生徒の姿が見られるようになってきた。
- (3) 見通し・振り返り活動を充実させることで、生徒は解決方法の見通しをもったり、文字のもつ意味を状況に応じて捉えたりすることができるようになってきた。
- (4) 文字を用いることのよさを実感させる指導を工夫することで、生徒は文字を活用して課題を解決できるようになり、事象を数理的に考察し表現する能力を高めることができた。

2 今後の課題

- (1) 文字を用いた式と言葉や数、図、表、グラフなどを関連付けられるような学習問題を今後も継続して開発していく必要がある。
- (2) 互いに説明し伝え合う場面を意図的、計画的に取り入れ、生徒に文字を用いると、自分の考えや解決方法を説明しやすくなることに気付かせる指導を更に工夫していく必要がある。

＜引用文献＞

- | | | |
|-----------|---|-----------|
| ○ 中央教育審議会 | 『幼稚園，小学校，中学校，高等学校及び
特別支援学校の学習指導要領等の改善に
ついて（答申）』 | 平成20年 1 月 |
|-----------|---|-----------|

＜参考文献＞

- | | | | |
|--------------|---|-----------|-------|
| ○ 文部科学省 | 『中学校学習指導要領』 | 平成20年 | 東山書房 |
| ○ 文部科学省 | 『中学校学習指導要領解説数学編』 | 平成20年 | 教育出版 |
| ○ 文部科学省 | 『小学校学習指導要領解説算数編』 | 平成20年 | 東洋館出版 |
| ○ 文部科学省 | 『高等学校学習指導要領解説数学編』 | 平成21年 | 実教出版 |
| ○ 文部科学省 | 『教育の情報化に関する手引』 | 平成22年 | |
| ○ 国立教育政策研究所 | 『OECD生徒の学習定着度調査（PISA2012）
のポイント』 | 平成25年12月 | |
| ○ 国立教育政策研究所 | 『国際数学・理科教育動向調査の2011年調
査(TIMSS2011)国際結果調査報告の概要』 | 平成24年12月 | |
| ○ 国立教育政策研究所 | 『平成21年度 全国学力・学習状況調査
【中学校】報告書』 | 平成21年12月 | |
| ○ 国立教育政策研究所 | 『全国学力・学習状況調査において特徴ある
結果を示した学校における取組事例集第2集
数学的に表現する力を育成する取組の実践例』 | 平成23年 1 月 | |
| ○ 鹿児島県教育委員会 | 『平成25年度鹿児島学習定着度調査結果報
告書』 | 平成26年 3 月 | |
| ○ 群馬県教育委員会 | 『はばたく群馬の指導プラン』 | 平成24年 | |
| ○ 石川県小松教育事務所 | 『教育改善資料⑧ 「学び合いを深めるグ
ループ学習」』 | 平成26年 | |
| ○ 新算数教育研究会 編 | 『リーディングス新しい算数研究 五
数量関係』 | 平成24年 | 東洋館出版 |
| ○ 正田實 編 | 『中学校若手数学教師の指導テキスト』 | 平成18年 | 明治図書 |
| ○ 長崎栄三 編 | 『新たな数学の授業を創る』 | 平成21年 | 明治図書 |
| ○ 長崎栄三 編 | 『豊かな数学の授業を創る』 | 平成21年 | 明治図書 |
| ○ 中原忠男 | 『算数・数学教育における構成的アプ
ローチの研究』 | 平成 7 年 | 聖文新社 |
| ○ 永田潤一郎 | 『数学的活動をつくる』 | 平成24年 | 東洋館出版 |
| ○ 国宗進 編 | 『確かな理解をめざした文字式の学習指導』 | 平成 9 年 | 明治図書 |
| ○ 古藤怜 | 『算数科 多様な考えの生かし方』 | 平成 4 年 | 東洋館出版 |
| ○ 古藤怜 | 『コミュニケーションで創る新しい算数
学習』 | 平成10年 | 東洋館出版 |

長期研修者〔 針原 謙一 〕

担 当 所 員〔 塚元 宏雄 〕

【研究の概要】

本研究は、事象を数理的に考察し表現する能力を高めるために、文字を用いることのよさを実感させる指導の工夫について研究したものである。

具体的には、中学校数学科第1学年における「数と式」領域を対象として、言葉や数、式、図、表、グラフなどの数学的な表現を関連付けられるような学習問題を設定したり、互いに説明し伝え合う活動を充実させたり、見通し・振り返り活動として発問を工夫したりするなどの指導の工夫を行った。

その結果、文字を用いることのよさに気づき、文字を活用して課題を解決したいという生徒の姿が多く見られるようになり、事象を数理的に考察し表現する能力を高めることができた。

【担当所員の所見】

数学のよさのひとつは、数量の関係を一度、式に表すことができれば形式的に処理して答えを求めたり、式に数値を代入することで値を求めたりできることである。このように文字式を使えば、身の回りの事象や様々な数学の課題を分かりやすく表現しながら効率よく解決することができる。

針原教諭は、文字を用いることのよさを実感させる指導を工夫することで、事象を数理的に考察する能力を育成する学習指導の研究をしてきた。主な成果としては、事象を数理的に考察しつつ解決する学習問題を生徒に提示し、他者とともに解決させることで、生徒の主体的に課題を解決する資質能力を育成できるということが分かった。また、見通し活動や振り返り活動を通して、課題を解決する際に構想を立て、実践し、評価・改善する力を身に付けられることも分かった。

今後は、更に研鑽を深められ、研究の成果を多くの場に広められることを期待したい。